# Влияние непрозрачности на параметры конвективной оболочки в солнечных моделях

**В. А. Батурин**
Astronomy Unit, Queen Mary and Westfield College, London E1 4NS, UK
Государственный Астрономический институт
им. П. К. Штернберга, Москва (постоянный адрес)

**С. В. Аюков**
Государственный Астрономический институт
им. П. К. Штернберга, Москва

Поступила в редакцию _____ 1994 г.

Аннотация

Представлены результаты высокоточных расчетов серии стандартных моделей внутреннего строения Солнца с различными таблицами непрозрачности. Сравнительный анализ моделей проводится с использованием двух ключевых параметров – содержания гелия и удельной энтропии в конвективной зоне. Изучается роль непрозрачности в лучистых недрах Солнца с точки зрения влияния на эти два параметра. Сравнение стандартных моделей, рассчитанных с разными таблицами непрозрачности, показывает, что удельная энтропия в оболочке уменьшается с ростом непрозрачности в лучистой зоне, тогда как содержание гелия растет с увеличением непрозрачности в ядре. Исследование статических неэволюционных моделей с модифицированными непрозрачностями указывает на существование общей связи между удельной энтропией оболочки и непрозрачностью в лучистой зоне вне области энерговыделения.

## The influence of the opacities on the convective envelope parameters in the solar models

by V. A. Baturin and S. V. Ajukov

The results of high-precision computations of the standard solar models with the different opacity tables are presented. Comparative analysis of models is performed using two chief parameters—the helium abundance and the specific entropy in the convection zone. The influence of stellar opacity on these two parameters is studied. Comparison of the standard models with different opacity tables reveals that the increase of the opacity in the radiative zone causes the decrease of the entropy whereas increase of the opacity in the energy-generating core leads to higher helium content. The investigation of the nonstandard static models with modified opacities points out that the common relation between the specific entropy and opacity in the radiative zone of the Sun (outside of nuclear reactions region) exists.

## Введение

Классическая задача о моделировании внутреннего строения Солнца не потеряла актуальности в настоящее время в связи с, одной стороны, непрерывным уточнением теоретических представлений о физике высокотемпературной плазмы, и, с другой, благодаря бурному развитию гелиосейсмологии, которая требует высокоточных расчетов распределений физических величин внутри модели. В 90-х годах происходит переход к новому поколению моделей Солнца, отличающихся прежде всего высокой внутренней математической согласованностью, что позволяет не только выделять и изучать весьма малые эффекты влияния различных физических предположений, но и анализировать внутренние связи между параметрами в задаче о моделировании строения Солнца.

В данной работе мы рассмотрим вначале "стандартные" эволюционные модели Солнца, и останемся в рамках классических представлений об эволюции. Это означает, что в основе расчета лежит представление о равновесных (термодинамических) эволюционных изменениях от начального однородного состояния до модели с современными значениями радиуса и светимости при заданном возрасте. При этом предполагаем сохранение массы в процессе эволюции (отсутствие аккреции и потери вещества), и отсутствие какого-либо перемешивания (диффузионного или другого типа) за пределами конвективной зоны. Превращение водорода в гелий в процессе эволюции предполагается в рамках трех $p$–$p$ цепочек и CNO-цикла, причем все промежуточные компоненты этих превращений предполагаются находящимися в кинетическом равновесии, без рассмотрения вопросов начальной и конечной концентрации. Члены, соответствующие выделению энергии в квазистатических изменениях, включены в уравнение для светимости (то есть в закон сохранения энергии), но помимо этого никакие динамические эффекты не учитываются в уравнениях строения отдельных моделей (то есть игнорируются динамические эффекты конвекции, а также влияние вращения). Каждая модель предполагается сферически симметричной и находящейся в гидростатическом равновесии под действием сил самогравитации и сил давления вещества и излучения.

При сделанных предположениях об эволюции для модели современного Солнца необходим только профиль химического состава X, который является единственным эволюционным параметром задачи. Здесь и далее под "химическим составом" будем понимать содержание водорода X (или гелия Y), т.к. доля тяжелых элементов Z в наших расчетах была фиксирована (0.02). Построенную при описанных выше предположениях модель мы будем называть стандартной или эволюционной. Однако с учетом возможных ошибок в представлениях об эволюции, вполне допустимо рассматривать модели с неэволюционными профилями химического состава, требуя при этом, чтобы такие модели имели солнечные значения радиуса, светимости и массы. Такого рода модели можно назвать нестандартными или статическими. Исследованию нестандартных солнечных моделей с вариациями непрозрачности и химического состава посвящена вторая часть статьи.

При заданном профиле химического состава (независимо от того, эволюционный он или нет) и массе внутреннее строение звезды полностью определено, как указывает теорема Фогта-Рессела [1]. Это значит, что модель будет иметь определенные радиус и светимость, и чтобы они имели солнечные значения, необходимо иметь по крайней мере два свободных параметра. При построении стандартной модели в качестве таких параметров выбирают начальное содержание водорода (совпадающее с содержанием водорода в оболочке модели при сделанных предположениях об эволюции) и некоторый параметр теории конвекции, позволяющий управлять величиной градиента температуры в самых внешних слоях конвективной зоны. Выбор этих параметров является в значительной мере историческим и обусловлен отсутствием независимых надежных оценок для этих величин. Другими словами, из произвольно подбираемых величин задачи эти параметры превращаются в конечный результат задачи. Так, содержание гелия в стандартной модели является базовой (и самой точной) оценкой содержания гелия в солнечной системе, применяемой в астрофизике [2]. В общем случае, результатами задачи следует считать также такие величины, как поток нейтрино, глубину конвективной зоны и характеристики спектра колебаний. Однако важно иметь в виду, что кроме профиля содержания водорода, при построении модели используются по крайней мере четыре априорные функции, описывающие энерговыделение, непрозрачность, конвективный градиент и уравнение состояния, и известные с некоторой, часто не слишком хорошей точностью. Поэтому актуальной проблемой задачи о внутреннем строении Солнца, является определение ошибок результирующих параметров в зависимости от вариаций априорных физических функций.

В данной работе мы рассмотрим некоторые аспекты такой задачи. Во-первых, попытаемся преодолеть недостатки использования параметра конвекции как параметра модели, вводя вместо этого величину удельной энтропии в адиабатической части конвективной зоны. Во-вторых, рассмотрим влияние изменения используемых таблиц непрозрачности на параметры стандартной солнечной модели (ССМ). В-третьих, рассмотрим соотношения между параметрами солнечных моделей (содержанием гелия, энтропией и глубиной конвективной зоны) в зависимости от вариаций непрозрачности и химического состава в неэволюционных солнечных моделях.

Стандартные модели Солнца

Общие физические предположения, используемые при расчете стандартных моделей, были описаны во введении. Здесь мы перечислим основные параметры, использованные при расчетах. Масса Солнца $M_\odot = 1.989 \cdot 10^{33}$ г, светимость $L_\odot = 3.846 \cdot 10^{33}$ эрг/с [3], видимый радиус $R_\odot = 6.9599 \cdot 10^{10}$ см [4]. В модели видимый радиус соответствует уровню оптической глубины $\tau = 0.01$. Принятое значение возраста Солнца ($t_\odot = 4.75$ млрд. лет) базируется на возрасте наиболее старых метеоритов (хотя последние данные дают несколько меньшее значение – 4.55 млрд. лет [5, 6], мы использовали более общепринятое значение при моделировании внутреннего строения). Расчет каждой модели эволюционной последовательности состоит в решении краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений четвертого порядка, описывающих гидростатическое равновесие, сохранение энергии и процессы теплопереноса (см., например, [1]). Внутренние граничные условия соответствуют выбору решений, регулярных в центре. Внешние граничные условия по существу сводятся к самостоятельной задаче расчета атмосферы и внешних конвективных слоев, поскольку с точки зрения моделирования внутреннего строения достаточно потребовать стремления к нулю температуры и плотности и определить энтропию конвективной зоны. Для расчета строения атмосферы использовано аналитическое приближение зависимости температуры от оптической глубины из работы [7], параметризованное для разных светимостей. Интегрирование решений в фотосфере начиналось от точки ($\tau = 10^{-4}$, $\rho = 10^{-9}$) с подбором величины видимого радиуса на уровень $\tau = 0.01$ и выполнялось с использованием $T(\tau)$-зависимости вплоть до начала конвекции, определяемой по критерию Шварцшильда (логарифмический градиент температуры $\nabla = d\ln T / d\ln P$ больше адиабатического). Непрозрачность в атмосфере, используемая для связи между плотностью и оптической глубиной, существенна для определения радиуса модели.

Перенос энергии в конвективной зоне рассчитывался с использованием теории длины пути перемешивания [1]. Все необходимые термодинамические величины являются результатом интерполяции таблиц, рассчитанных в рамках термодинамической модели уравнения состояния MHD (Mihalas, Hummer, Dappen – [8, 9, 10]). Скорости термоядерных реакций вычислены с использованием сечений, приведенных в работе [11].

Особое внимание было уделено численной точности выполняемых расчетов. Общим критерием точности результата можно считать точность функций основных переменных (температуры T, радиуса r, плотности $\rho$, доли массы $M_r$, доли светимости $L_r$). Наши программы гарантируют относительную точность не хуже $10^{-5}$. Основные математические характеристики использованного метода расчета следующие. При решении краевой задачи строения отдельной модели применен метод пристрелки. Интегрирование решений производится методом Рунге-Кутты 4-го порядка с переменным шагом, число шагов – около 1700. Использование в качестве независимой переменной $\mu \equiv (M_r / M_\odot)^{2/3}$ позволяет избежать проблем разложения в центре (бесконечных производных; размер разложения составляет $\mu_0 = 10^{-5}$–$10^{-6}$). Основной источник ошибок, накапливаемых в процессе интегрирования решений методом высокого порядка к точке сшивки – негладкость интерполяционных значений непрозрачности. Для уменьшения их влияния использована сплайн-интерполяция табличных значений непрозрачности и уравнения состояния. Точность сшивки решений по основным переменным – $10^{-6}$. Точка сшивки выбрана на уровне $\mu = 0.81$ ($r/R_\odot \sim 0.35$) во всех моделях. Для представления профиля содержания водорода $X(\mu)$ используется вспомогательная сетка из 500 точек, равномерно распределенных по $\mu$. Это обеспечивает достаточную точность интерполированных значений $X(\mu)$ для следующей модели. Расчет эволюции производился явным методом второго порядка, с использованием 80 равных шагов по времени. Подгонка значений радиуса и светимости модели к параметрам современного Солнца выполнена с точностью $3 \cdot 10^{-6}$.

Использование методов интегрирования высокого порядка и малых шагов не гарантируют отсутствие ошибок в программе, включающей в себя до 300 килобайт текста. Для увеличения надежности используемого программного кода (названного MUSEC), было проведено тестирование с использованием аналитических функций для непрозрачности, энерговыделения и уравнения состояния, и сравнение результатов независимых расчетов нескольких групп в рамках международной программы GONG Model Team. Сравнение по основным переменным подтверждает точность получаемых решений на уровне $10^{-5}$ (см. [12]).

При рассмотрении стандартных солнечных моделей особое внимание будет сосредоточено на влиянии непрозрачности на результирующие параметры задачи. Были использованы три вида таблиц непрозрачности, рассчитанных на протяжении последних 20 лет. Во-первых, это таблицы из работы [13] (далее обозначаемые как CS70). Это достаточно старые расчеты, неоднократно использовавшиеся в разных работах и уточнявшиеся впоследствии. Во-вторых, были использованы таблицы, опубликованные в [14] (Лос-Аламоская библиотека непрозрачностей LAOL) для популярной в 70-е годы смеси тяжелых элементов Ross & Aller 1976 [15]. Использованные нами таблицы – WKM2 и WKM10 в

обозначениях [14]. Отметим, что они рассчитаны с новой версией программ Лос-Аламосского проекта и несколько отличаются от часто использовавшихся LAOL-непрозрачностей, цитируемых со ссылкой на [16]. В третьих, использованы новые непрозрачности, рассчитанные в рамках проекта OPAL и опубликованные в [17]. Эти таблицы дополнены данными из [18] во избежание экстраполяции величин при относительно низких температурах около основания конвективной зоны. Таблицы рассчитывались для смеси тяжелых элементов по Grevesse 1984 [19]. Однако в данной работе мы не анализируем влияние изменения содержания тяжелых элементов, поскольку это является внутренним параметром таблиц, равно как и алгоритм расчета, а используем результирующие значения опубликованных таблиц для демонстрации изменения модельных параметров. Поскольку таблицы LAOL и OPAL ограничены со стороны низких температур, они дополнялись таблицами CT76 [20], с гладкой сшивкой таблиц в области температур 0.8–1.0 млн. К в конвективной зоне, где роль непрозрачности незначительна.

На рис. 1 сравниваются непрозрачности для условий, характерных для лучистой зоны под конвективной зоной в стандартной солнечной модели. Видно, что каждые новые таблицы давали обычно значения $\kappa$ больше, чем у предыдущих. Отметим, что переход от CS70 к LAOL соответствовал росту непрозрачности при всех температурах, включая и ядро. Переход от LAOL к OPAL в основном изменил непрозрачности вне энерговыделяющего ядра.

Энтропия как параметр солнечной модели

Как уже упоминалось во введении, стандартная солнечная модель характеризуется двумя параметрами калибровки – начальным химическим составом и параметром конвекции, управляющим величиной градиента температуры во внешних конвективных слоях. Выбор именно этих величин обусловлен в значительной мере историческими и техническими причинами, поскольку после их задания эволюционный трек может быть последовательно рассчитан. Однако, если определение содержания гелия представляет самостоятельный смысл и интерес, то информация, содержащаяся во втором параметре, по существу не используется. Между тем, для спецификации модели необходимы оба параметра, причем второй имеет даже большее значение. При наличии протяженной конвективной оболочки (как у Солнца), где вещество стратифицировано адиабатически, требование нулевых внешних граничных условий ($T \to 0$, $\rho \to 0$) недостаточно, поскольку оно выполняется на любой адиабате. Поэтому в модели должна быть специфицирована энтропия конвективной адиабаты, как естественный физический параметр строения (в ранних работах по моделированию Солнца вместо энтропии использовались другие величины, такие как константа политропного закона, однако ясно, что любая величина, сохраняющаяся на адиабате, есть функция энтропии). Параметр конвекции, определяющий градиент температуры в области сверхадиабатической конвекции, и, тем самым, выбор соответствующей адиабаты, может рассматриваться лишь как технический параметр, поскольку его величина зависит не только от принятой для расчетов теории конвекции и ее внутренних параметров, но и от строения атмосферы, в частности, используемой в ней непрозрачности, в зависимости от которой изменяется плотность на верхней границе конвективной зоны.

В действительности использование параметра конвекции как результирующего параметра модели не только делает невозможным сравнение стандартных солнечных моделей, но и является физически неадекватным в задаче о ССМ. Как подробно обсуждалось в [22], для построения солнечной модели необходимо сохранение именно энтропии солнечной оболочки, тогда как структура самых внешних слоев может быть совершенно различной. Это означает, что строение внешних конвективных слоев не может быть определено в рамках задачи о ССМ, поскольку в ней определяется лишь толщина области сверхадиабатической конвекции, и, с очень большой относительной неопределенностью, масса этих слоев.

В большинстве работ по моделированию Солнца энтропия в конвективной зоне не приводится, равно как и достаточные для ее вычисления данные. Между тем ее вычисление ненамного сложнее, чем вычисление любых других термодинамических величин. Разность энтропии между двумя точками $(T, \rho, X)$ может быть легко вычислена независимо от пути интегрирования как интеграл

$$S = S_0(X) + \int {}^{1}/_{T} \left[ (\partial U / \partial \rho)_T - P / \rho^2 \right] d\rho + C_V dT / T \qquad (1)$$

($U$ – внутренняя энергия, $C_V$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме). Единственную сложность представляют начало отсчета и зависимость от химического состава. В наших расчетах мы использовали дополнительные данные для энтропии в фиксированной точке ($T_0 = 15$ млн. К, $\rho_0 = 150$ г/см$^3$) для разных химических составов, любезно предоставленные нам В. Дэппеном. Простая аналитическая аппроксимация этих данных (в вышеприведенной точке) имеет вид

$$S_0 / R_g = -3.426523\, X^2 + 12.36082\, X + 6.739551 \quad \text{моль/г} \qquad (2)$$

и имеет точность $\sim 10^{-3}$ для $X \in [0.30–0.75]$ (значения абсолютной удельной энтропии соответствуют вычислениям в рамках уравнения состояния MHD, и поделены на универсальную газовую постоянную $R_g$). При вычислении энтропии с использованием статистических распределений в ее определении отсутствует произвольная постоянная. Единственная проблема связана со сравнением энтропии в мо-

делях, рассчитанных с разными уравнениями состояния. Однако поведение горячей солнечной плазмы достаточно близко к уравнению идеального газа, поэтому численные отличия в значениях энтропии в применении к солнечным моделям будут невелики – того же порядка, как и отличия в давлении, внутренней энергии и пр. (около 0.1%). Таким образом, мы будем использовать и анализировать строение модели с точки зрения содержания гелия и удельной энтропии конвективной зоны.

Влияние непрозрачности на параметры ССМ

Основные параметры рассчитанных нами стандартных солнечных моделей для различных непрозрачностей приведены в табл. I. Рассмотрим влияние непрозрачности на параметры ССМ вначале с точки зрения содержания гелия и глубины конвективной зоны h, поскольку это позволит привлечь для анализа данные большого числа моделей, рассчитанных в последние годы. Кроме того, глубина конвективной зоны логически связана с энтропией конвективной зоны при заданных непрозрачностях. Эта величина представляет также самостоятельный интерес в связи с тем, что известна оценка h из наблюдаемых частот пятиминутных колебаний ([23], $0.287 \pm 0.003$ и согласующаяся оценка в [24]). Это означает, что для согласования таких частот с модельными необходимо, чтобы модель имела указанную глубину конвективной зоны.

Положение построенных нами моделей на плоскости (Y–h) показано на рис. 2. На этом рисунке представлены некоторые из моделей, опубликованные в работах девяностых годов (данные и ссылки о них даны в таблице II), рассчитанные с теми же (или близкими) непрозрачностями и уравнением состояния.

Очевидна группировка моделей в соответствии с используемыми непрозрачностями. При переходе от непрозрачностей CS70 к LAOL содержание гелия значительно увеличилось (почти на 5%), что связано с увеличением непрозрачности как в ядре, так и в лучистой зоне. Переход от LAOL к OPAL слабо сказался на значении Y, поскольку различие непрозрачностей мало в центральных частях звезды.

С другой стороны, переход от CS70 к LAOL привел к уменьшению глубины конвективной зоны, причем из-за увеличения содержания гелия в оболочке модели. Эффект увеличения содержания гелия превзошел как эффект увеличения непрозрачности, так и эффект падения энтропии (оба последних эффекта ведут к увеличению глубины конвективной зоны, рис. 3). Наконец, использование OPAL вместо LAOL привело к росту глубины конвективной зоны (приближаясь к гелиосейсмическому определению), причем этот рост произошел как за счет роста непрозрачности, так и за счет уменьшения энтропии (рис. 3).

Оценки нейтринных потоков (табл. I) (сечения поглощения нейтрино были взяты из [35]) в стандартных моделях не содержат неожиданностей. Малые потоки у модели M-CS70 обусловлены более низкими температурами в центре, что является следствием меньших непрозрачностей в центральных областях.

Общий вывод можно сформулировать следующим образом – рассчитанная при использовании современных представлений о непрозрачности в ядре (то есть близких к LAOL или OPAL) модель *должна* иметь начальное содержание гелия $Y = 0.27-0.28$. Возможные изменения непрозрачности (например в сторону уменьшения из-за дополнительных механизмов теплопроводности, таких как WIMP (см. один из последних обзоров по этой проблеме в [36]), или коллективные явления ([37]), должны вести к уменьшению Y на 1% при уменьшении $\kappa$ на $\sim 5\%$. Аналогично понижение непрозрачности ведет к снижению потока нейтрино, однако поток хлорных нейтрино весьма чувствителен к температуре и непрозрачности в центре модели, тогда как Y зависит от непрозрачностей в более широкой области лучистого ядра. Таким образом, хотя общая корреляция между потоком нейтрино и начальным содержанием гелия и существует (что отмечалось на примерах стандартных и нестандартных моделей в [38] и [39]), связь между ними не является однозначной.

Наличие в литературе большого числа моделей позволяет оценить влияние уравнения состояния на ССМ. В настоящее время наиболее полным и детальным является уравнение состояния MHD. Наиболее существенным физическим эффектом уравнения состояния является взаимодействие заряженных частиц плазмы, ведущее к отклонению от законов идеального газа. Простые оценки показывают, что учет электростатических поправок понижает давление в центральных областях Солнца на 1–2%, что должно сказываться на параметрах ССМ. Наиболее просто эффект уравнения состояния можно проследить на примере моделей, рассчитанных с поправками и без них. Такие модели описаны в [25], [30], [33]. Изменения содержания гелия и глубины конвективной зоны примерно одинаковы во всех перечисленных работах. Поэтому для исследования изменений энтропии в моделях мы использовали данные о моделях [25] (модели 4 и 14 на рис. 4). Результат – учет электростатического взаимодействия ведет к понижению содержания гелия на 1% и росту энтропии, с некоторым ростом глубины конвективной зоны (на 0.25%). Кроме того, сравнение моделей, рассчитанных с уравнением состояния идеального газа плюс поправки за электростатическую коррекцию (модель 14), и модели с MHD (модель 15)

показывает, что введение поправок практически исчерпывает эффект более сложного уравнения состояния MHD с точки зрения влияния на параметры ССМ.

Статические (нестандартные) модели Солнца.

Далее рассмотрим класс нестандартных солнечных моделей, от которых требуется только то, чтобы они имели солнечные значения радиуса, светимости и массы. Вместо расчета эволюции для получения профиля химического состава в модели современного Солнца будем использовать произвольные профили $X(\mu)$, получаемые из профиля стандартной эволюционной модели путем модификаций двух видов. Вначале допускаем модификации, локализованные в энерговыделяющем ядре, определяя новый химический состав через профиль $X_0(\mu)$ стандартной модели с помощью выражения

$$X(\mu) = X_0(\mu) + \delta X(X_{surf} - X_0(\mu)) \qquad (3)$$

где $\delta X$ является параметром модификации, а $X_{surf}$ – содержанием водорода в оболочке модели. Очевидно, что новый профиль будет отличаться от стандартного только в области, где происходило заметное выгорание водорода, то есть при температурах выше 10 млн. К. Такого рода вариации в некоторой степени могут имитировать различные сложные эффекты в процессе солнечной эволюции, например, слабое или полное перемешивание, диффузию, гравитационное осаждение гелия и пр. Однако мы не уточняем, каким именно эффектам это может соответствовать (если вообще такие эффекты существуют), рассматривая профиль химического состава в ядре как неизвестную параметризуемую функцию.

Несомненно, что возможно значительно более сложное поведение профиля в ядре, чем то, которое может быть описано выражением (3). Однако сравнение с некоторыми численными экспериментами на эту тему (см. [40]) показывает, что основные закономерности и соотношения проявляются даже при таких простых вариациях профиля химического состава. Поэтому в дальнейшем для простоты будем понимать под вариациями $X(\mu)$ в ядре вариации профиля, описываемые выражением (3).

Кроме того, рассмотрим более глобальные вариации профиля химического состава, а именно, полагая

$$X(\mu) = X_0(\mu) + \Delta X \qquad (4)$$

В этом случае в качестве параметра семейства профилей будем использовать содержание гелия в оболочке Y. Второй класс вариаций близок к изменениям профиля химического состава между стандартными моделями, рассчитанными с разными непрозрачностями.

Для приведения модели к солнечным значениям радиуса и светимости необходим еще один параметр, в качестве которого будем использовать энтропию конвективной зоны. В такой постановке свободных параметров достаточно для получения единственной модели, если остальные физические функции (непрозрачность, уравнение состояния и энерговыделение) определены. Нашей целью является изучение изменений удельной энтропии и содержания гелия при вариациях непрозрачности в тех или иных частях лучистой зоны Солнца, включая ядро (то есть там, где значения непрозрачности определяют в значительной мере поведение модельных решений, и где непрозрачность является одной из наименее уверенно известных величин).

Изменения непрозрачности в модели представлялись функциями, имеющими максимум в ядре, собственно лучистой зоне или около основания конвективной зоны. Величина модифицированной непрозрачности имеет вид

$$\kappa = \kappa_0 [1 + \alpha \exp( -(\lg T - \lg T_0)^2 / D)] \qquad (5)$$

где $\kappa_0$ – исходное значение непрозрачности, соответствующая таблицам OPAL, $a$ – амплитуда модификации, $lg\ T_0$ – положение максимума коррекции, D – степень ограниченности модификации (D = 0.01 во всех случаях). Для модификаций в ядре $lg\ T_0 = 7.2$, в лучистой зоне $\lg T_0 = 6.6$, около основания конвективной зоны $lg\ T_0 = 6.3$. При этом ширина области изменений в ядре соответствует интервалу от 7.0 до 7.3 по $lg\ T$, или от центра модели до 0.18 по радиусу; в оболочке $6.4 < lg\ T < 6.8$ (0.32–0.67 радиуса).

При использовании модификаций химического состава в ядре в соответствии с выражением (3) получены следующие результаты – вариации непрозрачности в ядре не ведут к изменению энтропии в оболочке, вариации же непрозрачности в лучистой зоне существенно влияют на энтропию модели (при $a = 0.5$ изменение энтропии $\Delta S = -0.33$), при вариациях непрозрачности у основания конвективной зоны изменения энтропии незначительны.

Эти результаты могут быть интерпретированы в другом виде. Во–первых, вариации непрозрачности и профиля X в ядре имеют сходное влияние на решения в ядре и компенсируют друг друга, поскольку параметры оболочки (S и Y) не меняются. Это означает возможность существования семейства моделей с одинаковыми оболочками, но разными ядрами за счет вариаций X и $\kappa$. Но в тоже время, это соответствует невозможности построить модель для произвольно заданных параметров оболочки за счет только вариаций непрозрачности и профиля хим. состава в ядре (см. также [40]). Во-вторых, вариации непрозрачности около основания конвективной зоны, которые ведут к значительному изменению глубины конвективной зоны, слабо сказываются на параметрах модели. Это означает, что если возможная

ошибка используемых непрозрачностей около 20%, то глубина конвективной зоны в стандартной солнечной модели определена с точностью лишь до 1%.

Во втором случае (изменение профиля в соответствии с выражением (4)) результаты в значительной степени являются следствием предыдущих. Естественно, в этом случае мы должны рассматривать зависимости в плоскости ($S_{cnv}$, Y), то есть как перемещается модель в этой плоскости при наложении тех или иных возмущений. Результаты представлены на рис. 4 на примере моделей, обозначенных крестиками и кружками (исходной моделью является стандартная OPAL-модель).

На нем $S(Y)_\kappa$ (зависимость для модификаций непрозрачностей в ядре – пунктирная линия, помеченная $\delta\kappa$) оказывается почти параллельной оси абсцисс, то есть численное значение энтропии в оболочке меняется мало. Это в значительной степени случайный факт, связанный с компенсацией изменений энтропии с молекулярным весом и изменением перепада энтропии в самой конвективной оболочке. Однако более важно то, что зависимость $S(Y)_X$ для модификаций профиля хим. состава в ядре (при сохранении непрозрачностей, пунктирная линия, помеченная $\delta X$) близка к зависимости $S(Y)_\kappa$. Это соответствует предыдущему утверждению о сходстве влияния вариаций непрозрачности и профиля хим. состава в ядре, поскольку означает, что энтропия сохраняется при изменениях непрозрачности в ядре для других исходных профилей с разными Y.

С другой стороны, изменение непрозрачности в лучистой зоне ($a = 0.5$ в выражении (4)) ведет к изменению как энтропии, так и содержания гелия в оболочке. Модель на плоскости ($S_{cnv}$, Y) перемещается от точки M-OPAL к M-OPAL', и происходит параллельный перенос соответствующих зависимостей S(Y) (линии, проходящие через точку M-OPAL'). Количественно изменения энтропии в этом случае соответствуют предыдущим оценкам при вариациях химического состава в ядре. Точный вектор перемещения в плоскости ($S_{cnv}$, Y) зависит от положения максимума функции возмущения непрозрачности, приближаясь к вертикали и уменьшаясь по величине при уменьшении $lg\ T_0$ в выражении (5).

На рис. 4 также нанесены модели из работы [25] (их характеристики представлены в таблице II). Энтропия конвективной зоны была оценена нами по данным, любезно предоставленными Й. Кристенсеном-Далсгаардом (отметим, однако, что энтропия для этих моделей оценивалась нами в рамках уравнения состояния MHD, тогда как модели рассчитаны с уравнением состояния EFF [41]). Расположение моделей подтверждает характер описанных изменений: модели 6, 21, 22 имеют разный возраст и, следовательно, разный профиль X: они расположены параллельно зависимости $\delta X$. Ситуация с моделями 7, 27, 28, имеющими разные непрозрачности в ядре и параллельными $\delta\kappa$-зависимости, аналогична.

Влияние вариаций непрозрачностей, локализованных около основания конвективной зоны, незначительно – изменения $\delta Y = 0.0003$, $\delta S = -0.03$, $\delta h / R_\odot = 0.012$ при амплитуде вариации непрозрачности $a_\kappa = 0.3$ .

Проведенное рассмотрение дает возможность сформулировать следующее утверждение. Солнечные модели с заданной непрозрачностью в лучистой зоне (а также уравнением состояния и скоростями реакций), независимо от профиля химического состава (т.е. стандартные эволюционные или нет) и непрозрачности в ядре, будут иметь одну и ту же энтропию для заданного содержания гелия, т.е. принадлежать одной зависимости S(Y). Если ограничится сравнением энтропий $S/R_g$ моделей с точностью до 0.1 моль/г и интервалом $Y \in [0.23{-}0.28]$, то вышеуказанное утверждение означает, что все модели с заданной непрозрачностью в лучистой зоне имеют одну и ту же энтропию в конвективной оболочке.

## Заключение.

Использование удельной энтропии солнечной оболочки как параметра модели позволяет последовательно проследить влияние изменений в физических представлениях на строение модели. В настоящее время существуют оценки параметров строения области второй ионизации гелия в конвективной зоне по данным о колебаниях ([42], также [43]). Такие оценки позволяют получить содержание гелия и энтропию конвективной оболочки независимо от предположений о строении ядра Солнца. Для согласования теоретического спектра колебаний стандартной модели с наблюдаемыми частотами необходимо согласование этих параметров модели. На рис. 4 представлена точка, соответствующая гелиосейсмическим оценкам, полученная при оценки энтропии для оптимальной модели из [42]. Видно, что все рассмотренные стандартные модели достаточно далеки от гелиосейсмической оценки. С помощью рис. 4 можно оценить возможность согласовать параметры солнечной модели. Это можно было бы сделать либо путем весьма значительного уменьшения непрозрачностей в ядре, начиная от OPAL-модели, либо за счет весьма значительного уменьшения содержания водорода в ядре (более чем на 20%) при одновременном уменьшении непрозрачностей, начиная с LAOL-модели (см. также модели с уменьшенными непрозрачностями в ядре из [44]). При этом такие модели будут иметь низкий поток хлорных нейтрино. Однако подобные суждения о необходимости менять непрозрачности имеют смысл лишь на рассматриваемом множестве моделей с эволюционными или близкими к ним профилями химического состава. В тоже время с точки зрения согласования параметров могут оказаться весьма перспективны-

ми модели с диффузионным осаждением гелия из конвективной зоны ([45, 46] и ссылки в них). В этих моделях достигается достаточно хорошее согласование содержания гелия и глубины конвективной зоны с гелиосейсмическими определениями этих величин при использовании непрозрачностей OPAL ([45]). Вопрос о согласовании энтропии остается открытым, и возможно, что ее величина в моделях находится в пределах ошибок гелиосейсмической калибровки.

Кроме того, некоторое влияние на рассмотренные зависимости должны оказывать принимаемые величины сечений ядерных реакций и уравнение состояния, хотя вряд ли физически допустимыми являются сколько-нибудь значительные вариации этих величин. В любом случае при анализе получаемых моделей Солнца необходимо использовать оба параметра – энтропию и содержание гелия.

Авторы благодарят В. Дэппена за необходимые дополнительные расчеты энтропии в рамках уравнения состояния MHD. Авторы также весьма признательны Й. Кристенсену-Далсгаарду за дополнительные данные о моделях из работы [25].

Подписи к рисункам

Рис. 1. Сравнение различных таблиц непрозрачности в условиях, характерных для лучистого ядра ССМ. Разность логарифмов непрозрачностей и простого аналитического закона $\kappa_0$ из [21] отложена как функция логарифма температуры. Точки $(T, \rho, X)_i$ для расчета непрозрачности взяты из профиля модели, рассчитанной с непрозрачностями OPAL. Тип таблиц непрозрачности указан возле каждой кривой.

Рис. 2. Параметры ССМ в зависимости от используемой непрозрачности. Отложены глубина конвективной зоны h и содержание гелия в оболочке Y. Модели для каждого из четырех типов таблиц нанесены своим символом и сопровождаются обозначением в соответствии с таблицей II. Модели, обозначенные буквой M, перечислены в таблице I.

Рис. 3. Зависимость глубины конвективной зоны h от удельной энтропии для трех типов непрозрачности и содержаний гелия в рассчитанных ССМ. Переход от точки M-CS70 к точке A иллюстрирует изменение h за счет увеличения содержания гелия при фиксированных энтропии и таблице непрозрачности, от A к B – изменение h за счет изменения энтропии, от B к M-LAOL – за счет собственно увеличения непрозрачности между таблицами CS70 и LAOL. Аналогично, переход от M-LAOL к C соответствует изменению собственно непрозрачности между таблицами, а от C к M-OPAL – увеличению энтропии.

Рис. 4. Удельная энтропия конвективной оболочки $S/R_g$ и содержание гелия Y в солнечных моделях. Кружки соответствуют моделям, рассчитанным в данной работе (см. табл. I), крестики – моделям из [25] (нумерация в соответствии с таблицей II). Линии, соединяющие квадраты и треугольники, соответствуют S(Y) зависимостям для вариаций непрозрачности (знак $\delta\kappa$) и химического состава (знак $\delta X$) в ядре модели. Переход от M-OPAL к M-OPAL' соответствует изменению непрозрачности в лучистой зоне. Символ $\odot$ – гелиосейсмическое определение гелия и энтропии в оболочке Солнца.

Таблица I. Стандартные модели Солнца.

| Обозн. | Табл. | Параметры | | Центральные величины | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| модели | непр. | $Y_0$ | $S/R_g$ | $T_c/10^6$ | $\rho_c$ | $X_c$ |
| M-CS70 | CS70 | 0.2320 | 21.72 | 15.0549 | 149.413 | 0.3862 |
| M-LAOL | LAOL | 0.2803 | 21.05 | 15.6234 | 149.642 | 0.3379 |
| M-OPAL | OPAL | 0.2803 | 20.87 | 15.7172 | 150.843 | 0.3322 |
| наблюдения | | 0.2502 | 21.03 | | | |
| | | ±0.004 | ±0.08 | | | |

Таблица I. Стандартные модели Солнца. (продолжение).

| Обозн. | Конв. зона | | | Потоки нейтрино, SNU | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| модели | h | $T_b/10^6$ | $\rho_b$ | $Cl^{37}$ | $Ga^{71}$ | $In^{115}$ |
| M-CS70 | 0.2698 | 1.9984 | 0.1432 | 4.005 | 106.6 | 577.7 |
| M-LAOL | 0.2631 | 2.0025 | 0.1385 | 7.978 | 125.4 | 615.1 |
| M-OPAL | 0.2810 | 2.1907 | 0.1772 | 8.508 | 127.4 | 618.6 |
| наблюдения | 0.287 | | | 2.33 | 83 | |
| | ±0.003 | | | | ±19 | |

Таблица II. Некоторые солнечные модели последних лет.

| Обознач. | Ссылка | Уравн. сост. | Табл. непр. | Y | h | $S/R_g$ | Примечание |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | [25] | MHD | CT76 | 0.2393 | 0.2794 | | |
| 14 | [25] | CEFF | CT76 | 0.2404 | 0.2784 | 21.547 | *) |
| 4 | [25] | EFF | CT76 | 0.2496 | 0.2769 | 21.443 | |
| 16 | [25] | MHD | LAOL | 0.2750 | 0.2666 | | |
| 13 | [25] | EFF | LAOL | 0.2849 | 0.2637 | | |
| 22 | [25] | EFF | LAOL | 0.2747 | 0.2729 | 21.007 | $t_\odot = 4.5 \cdot 10^9$ лет |
| 6 | [25] | EFF | LAOL | 0.2776 | 0.2696 | 21.009 | $t_\odot = 4.75 \cdot 10^9$ лет |
| 21 | [25] | EFF | LAOL | 0.2800 | 0.2667 | 21.012 | $t_\odot = 5.05 \cdot 10^9$ лет |
| 7 | [25] | EFF | LAOL | 0.2806 | 0.2712 | 20.952 | |
| 27 | [25] | EFF | LAOL | 0.2720 | 0.2790 | 20.982 | **) |
| 28 | [25] | EFF | LAOL | 0.2650 | 0.2857 | 21.001 | ***) |
| DPS92 | [26] | MHD | OPAL | 0.2799 | 0.2841 | | |
| DGPS94 | [27] | MHD | OPAL | 0.2827 | 0.2844 | | |
| KDG91 | [28] | MHD | LAOL | 0.2736 | 0.2645 | | |
| SBF90 | [29] | | LAOL | 0.278 | 0.260 | | |
| CL93(1) | [30] | MHD | OPAL | 0.2779 | 0.282 | | |
| CL93(2) | [30] | MHD | LAOL | 0.2783 | 0.274 | | |
| GPB93 | [31] | | OPAL | 0.271 | 0.2791 | | |
| G94 | [32] | | OPAL | 0.2799 | 0.276 | | |
| GDKP92 | [33] | MHD | LAOL | 0.2736 | 0.266 | | |
| SBK93 | [34] | | LAOL | 0.2740 | 0.259 | | |

*) CEFF – уравнение состояния EFF [41] с введенными поправками за кулоновское взаимодействие атомов

**) Уменьшенная непрозрачность в ядре; коэффициент 0.2

***) Уменьшенная непрозрачность в ядре; коэффициент 0.4

Список литературы


1. Cox J.P.,Giuli R.J. Principles of Stellar Structure. New York: Gordon and Breach,1968.
2. Anders E., Grevesse N. // Geochimica et Cosmochimica Acta. 1989. V. 53. PP. 197-214.
3. Willson R.C., Hudson H.S., Frohlich C., Brusa R.W. // Science. 1986. V. 234. P. 1114.
4. Allen C.W. Astrophysical Quantities, 3rd ed. 1973. London. Athlone Press.
5. Wasserburg G.J., Tera F., Papanastassiou D.A., Huneke J.C. // Earth Planet Sci. Lett. 1977. V. 35. P. 294.
6. Wasserburg G.J., Papanastassiou D.A., Lee T. // Early Solar System Processes and the Present Solar System. Bologna: Corso Soc. Italiana de Fisica. 1980.
7. Ando H., Osaki Y. // Publ. Astron. Soc. Japan. 1975. V. 27. P. 581.
8. Mihalas D., Dappen W., Hummer, D.G. // Astrophys. J. 1988. V. 331. P. 815–825.
9. Hummer D.G., Mihalas, D. // Astrophys. J. 1988. V. 331. P. 794–814.
10. Dappen W., et al. // Astrophys. J. 1988. V. 332. P. 261–270.
11. Caughlan G.R., Fowler W.A. // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1988. V. 40. P. 284.
12. GONG Newsletter No. 17. 1991. P. 29–30.
13. Cox A.N., Stewart J.N. // Astrophys. J. Suppl. 1970. V. 19. P. 243.
14. Weiss A., Keady J.J., Magee N.M. Jr. // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1990. V. 45. P. 209.
15. Ross J.E., Aller L.H. // Science. 1976. V. 191. P. 1223.
16. Huebner W. F., Merts A. L., Magee N. H., Argo M. F. Report LA-6760-M. Los Alamos Scientific Laboratory. Los Alamos. 1977.
17. Iglesias C. A., Rogers F. J. // Astrophys. J. 1991. V. 371. 408–417.
18. Faulkner J., Swenson F.J. // Astrophys. J. 1992. V. 386. P. L55–L58.
19. Grevesse N. // Phys. Scripta. 1984. V. T8. P. 49.
20. Cox A.N., Tabor J. E. // Astrophys. J. Suppl. 1976. V. 31. P. 271-312.
21. Christensen-Dalsgaard J. // Computational Procedures for GONG Solar Model Project. 1988.
22. Gough D.O., Weiss N.O. // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1976. V. 176. P. 589.
23. Christensen-Dalsgaard J., Gough D.O., Thompson M.J. // Astrophys. J. 1991. V. 378. P. 413.
24. Guzik J.A., Cox A.N. // Astrophys. J. 1993. V. 411. P. 394.
25. Christensen-Dalsgaard J. // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. 1992. V. 62. P. 123.
26. Dziembowski W.A., Pamyatnykh A.A., Sienkiewicz R. // Acta Astron. 1992. V. 42. P. 5.
27. Dziembowski W.A., Goode P.R., Pamyatnykh A.A., Sienkiewicz R. // Astrophys. J. 1994. in press.
28. Kim Y.-C., Demarque P.,Guenther D.B. // Astrophys. J. 1991. V. 377. P. 407.
29. Sackmann I.J., Boothroyd A.I., Fowler W.A. // Astrophys. J. 1990. V. 360. P. 727.
30. Charbonnel C., Lebreton Y. // Astrophys. J. 1993. V. 280. P. 666.
31. Guenther D.B., Pinsonneault M.H., Bahcall J.N. // Astrophys. J. 1993. V. 418. P. 469.
32. Gabriel M. // Astron. Astrophys. 1994. V. 281. P. 551.
33. Guenther D.B.,Demarque P.,Kim Y.-C.,Pinsonneault M.H. // Astrophys. J. 1992. V. 387. P. 372.
34. Sackmann I.J., Boothroyd A.I., Kraemer K.E. // Astrophys. J. 1993. V. 418. P. 457.
35. Bahcall J.N., Ulrich R. K. // Rev. Mod. Phys. 1988. V. 60. P. 297–372.
36. Kaplan J., Martin de Volnay F., Tao C., Turck-Chieze S.// Astrophys. J. 1991. V. 378. P. 315.
37. Luo G. // Astron. Astrophys. 1994. V. 281. P. 561–564.
38. Kuzurman P.A., Pamyatnykh A.A. // Solar Phys., 1983, V. 82, 223.
39. Vorontsov S.V., Marchenkov K.I. // Solar Phys., 1983, V. 82, 215.
40. Baturin V.A., Ajukov S.V. // Inside the Stars,IAU Colloquium 137,Eds. W.Weiss and A.Baglin. 1993. P. 69–71.
41. Eggleton P.P., Faulkner J., Flannery, B.P. // Astron. Astrophys. 1973. V. 23. P. 325–330.
42. Vorontsov S.V., Baturin V.A., Pamyatnykh A.A. // Nature. 1991. V. 349. P. 49.
43. Christensen-Dalsgaard J., Hernandes P. // Challenges to Theories of the Structure of Moderate Mass Stars, ed. D.O.Gough & J. Toomre. Heldelberg: Springer. 1991. P. 43.
44. Christensen-Dalsgaard J. // Astrophys. J. 1992. V. 385. P. 354.
45. Christensen-Dalsgaard J., Proffit Ch., Thompson M.J. // Astrophys. J. 1993. V. 403. P. L75.
46. Guenther D.B. // Astrophys. J. 1994. V. 422. P. 400–411.