Московский Государственный Университет
имени М.В.Ломоносова

Физический факультет

Государственный Астрономический Институт
им. П.К.Штернберга

Кафедра астрофизики и звездной астрономии

С. В. Аюков

Физические характеристики плазмы в моделях современного Солнца

(дипломная работа)

Научный руководитель
Батурин В.А.

Допущен к защите "___"__________ 1993 г.
Заведующий кафедрой астрофизики
и звездной астрономии

д.ф.-м.н. А.М.Черепащук

Москва • 1993

Содержание

Глава 1. Введение.

Проблема внутреннего строения Солнца появилась в астрофизике довольно давно, в начале века, с работами Лэйна, Эмдена и Эддингтона. С тех пор продвижения в этом направлении часто связывались с большими прорывами или нерешенными загадками, такими как открытием протон-протонного цикла, выяснением главных механизмов поглощения в плазме и детальными расчетами непрозрачностей, получением результатов функционирования нейтринного детектора Дэвиса, открытием колебаний на Солнце. Большая часть усилий при изучении структуры ближайшей к нам звезды направлена на построение моделей внутреннего строения Солнца, описывающих физические условия внутри него. Опубликовано довольно большое количество работ, содержащих результаты расчетов солнечных моделей; эти результаты весьма различаются между собой. Чтобы понять причины расхождений между моделями, необходимо сравнить эти модели. Однако входные данные расчетов очень разнообразны у разных авторов, и это сильно затрудняет сравнение и анализ моделей. Возникает необходимость в параметре, который может быть эффективно применен этой цели. В этой работе предлагается величина, до сих пор использовавшаяся при анализе моделей весьма редко – энтропия вещества. Отмечена особая роль энтропии нижних слоев конвективной зоны и показано, как этот параметр может быть использован в сравнениях и анализе моделей и для получения информации о внутреннем строении Солнца.

Краткий план таков. В главе 2 описана рассчитанная автором стандартная эволюционная модель современного Солнца – входные данные, методы расчетов, характеристики модели и сравнение ее с результатами других авторов. В главе 3 обсуждается энтропия адиабатической части конвективной зоны как параметр модели. Обосновывается положение о том, что ее использование в анализе моделей более физично, чем использование часто применяемых параметра теории конвекции α и глубины конвективной зоны. Главы 4 и 5 содержат результаты, полученные построением неэволюционных моделей с модифицированными непрозрачностями и химическим составом. Представлена зависимость между содержанием гелия в оболочке модели и энтропией адиабатической части конвективной зоны. Наконец, глава 6 является заключением. В приложениях представлены некоторые дополнительные данные о рассчитанных моделях.

Глава 2. Модель современного Солнца

Как в теории эволюции звезд, так и в физике солнечных недр и гелиосейсмологии принципиальную роль играет базовая (опорная) модель звезды, рассчитываемая на основе достаточно общих предположений (см., например, Соболев 1985):

а) Солнце находится в гидростатическом равновесии, т.е. в каждой точке объемные силы (гравитация) скомпенсированы поверхностными (газовое и лучистое давление);

б) вращением и магнитными полями можно пренебречь и, следовательно, звезда сферически симметрична вследствие самогравитации;

в) масса Солнца не изменялась в течение эволюции;

г) эволюция начинается от полностью однородной по химическому составу модели;

д) химический состав солнечного вещества изменяется в термоядерных реакциях превращения водорода в гелий; они же служат источником энергии Солнца;

е) перемешивание вещества происходит только в зоне переноса энергии путем конвекции;

ж) перенос энергии из энерговыделяющего ядра к излучающей поверхности либо лучистый (вычисляемый в диффузионном приближении), либо конвективный (только во внешних слоях звезды).

Построенная при этих допущениях модель называется *стандартной моделью Солнца.* Моделирование Солнца отличается от моделирования звезд благодаря относительно точному знанию возраста Солнца. Это означает, что построение эволюционной модели является краевой задачей по времени: в начале Солнце однородно, а через заданный промежуток времени оно должно иметь светимость и радиус, равные современным. Чтобы удовлетворить этим двум ограничениям (на радиус и светимость), необходимо иметь возможность подбирать два свободных параметра. Обычно (и в нашей работе) ими являются *начальный химический состав* и *параметр теории конвекции*. Отметим, что первый параметр из наблюдений определен быть не может; оценки на основе измерений современного содержания гелия в поверхностных слоях Солнца крайне неуверенны. Второй параметр не может быть определен из-за феноменологического характера самой теории конвекции. Таким образом, на сегодня эволюционное моделирование остается главным методом определения начального содержания гелия Y на Солнце (к сожалению, на результат заметно (2–4% в Y) влияют неопределенности в физике плазмы).

2.1. Уравнения строения звезды. Замена переменных.

Ниже приведены дифференциальные уравнения, описывающие внутреннее строение звезды (Соболев 1985):

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho \tag{1}$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi\rho r^2 \tag{2}$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{T}{P}\nabla\frac{dP}{dr} \tag{3}$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi\rho r^2\left(\varepsilon - \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2}\frac{\partial\rho}{\partial t}\right) \tag{4}$$

Обозначения в формулах: M_r, L_r – масса и светимость части звезды, заключенной в сфере радиуса r; P – давление, T – температура, ρ – плотность, ε – скорость генерации энергии в ядерных реакциях, $g = GM_r/r^2$ – ускорение свободного падения, $-\partial U/\partial t + (P/\rho^2)(\partial\rho/\partial t)$ – так называемые “гравитационные члены”, отражающие изменение гравитационной и внутренней энергии звезды в процессе ее эволюции (t – время; производные $\partial/\partial t$ – лагранжевы, т.е. связанные с элементом вещества),

$\nabla = d\ln T/d\ln P$ – градиент температуры; вычисляется либо в диффузионном приближении, либо с использованием теории конвекции (в зависимости от выполнения критерия Шварцшильда). Уравнение (1) представляет собой условие гидростатического равновесия, (2) – тривиальное следствие сферической симметрии звезды, (3) есть не что иное, как определение величины ∇, описывающей перенос энергии в звезде, (4) выражает генерацию энергии.

Чтобы замкнуть эту систему, необходимо добавить функции $P = P(\rho, T, X)$, $U = U(\rho, T, X)$ (уравнение состояния), $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T, X)$ (источники энергии), $\nabla = \nabla(\rho, T, X, r, L_r)$ (перенос энергии; X – массовая доля водорода). Это физическое содержание задачи; ему посвящены последующие разделы этой главы. Заметим, что существует еще один параметр, здесь явно не указанный – массовая доля элементов тяжелее гелия Z; во всех рассматриваемых моделях $Z = 0.02$, что вызвано отсутствием термодинамических таблиц для других Z.

Так как термодинамические величины обычно представлены в виде функции температуры и плотности, а не давления, удобно использовать ρ вместо P. Тогда уравнение (1) заменяется на

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{\rho}{P}\chi_\rho^{-1}\left\{(1-\chi_T\nabla)\frac{dP}{dr} - \chi_X\frac{P}{X}\frac{dX}{dr}\right\}. \tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}&\chi_\rho = (\partial\ln P/\partial\ln\rho)_{T,X} \quad \chi_T = (\partial\ln P/\partial\ln T)_{\rho,X}\\ &\chi_X = (\partial\ln P/\partial\ln X)_{\rho,T}\end{aligned} \tag{6}$$

(заметим, что содержание водорода X “привязано” к массе, а не радиусу (предполагается отсутствие перемешивания), поэтому проще использовать производную X по массе или ее функции).

Уравнения (1–5) имеют особую точку в центре звезды (при $r = 0$ производные обращаются в бесконечность). Чтобы избежать разложения в ряд в окрестности центра, была использована следующая замена переменных, предложенная в Morel *et al.* 1990:

$$\begin{array}{lll} \mu = (M_r/M_\odot)^{2/3} & \xi = \ln(r/R_\odot) & \lambda = (L_r/L_\odot)^{2/3} \\ \eta = \ln P & \theta = \ln T & \omega = \ln \rho \end{array} \tag{7}$$

Такая замена позволяет избежать обращения производных в бесконечность в центре звезды; все производные по отношению к μ являются конечными и ненулевыми в любой точке:

$$\frac{d\xi}{d\mu} = \frac{M_\odot}{4\pi R_\odot^3}\frac{1}{\rho}\left(\frac{\mu}{\xi}\right)^{1/2} \tag{8}$$

$$\frac{d\eta}{d\mu} = -\frac{3GM_\odot^2}{8\pi R_\odot^4}\frac{1}{P}\left(\frac{\mu}{\xi}\right)^2 \tag{9}$$

$$\frac{d\lambda}{d\mu} = \frac{M_\odot}{L_\odot}\left[\varepsilon - \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{1/2} \tag{10}$$

$$\frac{d\theta}{d\mu} = \nabla \frac{d\eta}{d\mu} \tag{11}$$

$$\frac{d\omega}{d\mu} = \chi_\rho^{-1}\left\{(1-\chi_T\nabla)\frac{d\eta}{d\mu} - \frac{\chi_X}{X}\frac{dX}{d\mu}\right\} \tag{12}$$

Отметим, что в центре (при $\mu = 0$, $\xi = 0$ и $\lambda = 0$)

$$\left(\frac{\mu}{\xi}\right)_c = \left(\frac{4\pi\rho_c R_\odot^3}{3M_\odot}\right)^{2/3} \tag{13}$$

$$\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)_c = \left(\frac{L_\odot}{M_\odot \varepsilon_c}\right)^{2/3} \tag{14}$$

Систему (8–12) необходимо дополнить граничными условиями (их должно быть 4 по числу переменных: μ – независимая переменная, давление может быть вычислено по ρ, T, X с помощью уравнения состояния, остаются r, ρ, T, L_r (т.е. $\xi, \omega, \theta, \lambda$)). Два из них тривиальны:

$$M_r = 0 \quad : \qquad r = 0 \quad L_r = 0. \tag{15, 16}$$

Другие два более подробно описаны в части 6 этой главы.

2.2 Термодинамика плазмы (уравнение состояния).

Наиболее трудоемким при вычислениях является расчет термодинамических функций и их производных. Это связано с необходимостью рассмотрения детального ионизационного равновесия около 10 элементов с почти сотней возможных степеней ионизации. Кроме уравнений ионизационного равновесия (уравнений Саха), необходимо учитывать и более тонкие эффекты, такие как электростатическое взаимодействие между атомами, электронами и ионами, т. наз. "ионизацию давлением" (раздавливание атомных оболочек при большой плотности) и частичное вырождение электронного газа.

В качестве описания термодинамики плазмы при расчете моделей всюду использовалось уравнение состояния, предложенное В.Даппеном, Д.Хаммером, Б.Михалас и Д.Михаласом; в дальнейшем MHD (Mihalas, Däppen and Hummer 1988, Hummer and Mihalas 1988, Däppen *et al.* 1988). Оно основано на детальном расчете состояний атомов и молекул и, по-видимому, является одним из наилучших на данный момент. MHD использует метод минимизации свободной энергии для вычисления термодинамических величин. Главное его отличие состоит в детальном учете статистических весов большого числа атомных, ионных и молекулярных состояний. В MHD использованы аналитические выражения для свободной энергии и ее первой и второй производных; это дает возможность получать термодинамические величины с высокой точностью и обеспечивает термодинамическую согласованность (выполнение соотношений Максвелла).

Уравнение состояния MHD используется в виде таблиц: минимизация свободной энергии требует большого количества процессорного времени, и это не позволяет использовать непосредственные вычисления термодинамических величин в программах расчета звездной эволюции. Таблицы термодинамических величин имеются для массовой доли элементов тяжелее гелия

$Z = 0.02$, поэтому все представленные модели имеют фиксированное $Z = 0.02$. Использованные в работе таблицы любезно предоставлены В.Даппеном. В целях сокращения объема таблиц и экономии памяти и процессорного времени они были пересчитаны на новую сетку. Шаг интерполяционной таблицы по логарифму температуры (десятичному) 0.025, по логарифму параметра $\rho/(T/10^6)^3$ – 0.05, по X (содержанию водорода) – 0.1.

2.3 Коэффициент поглощения вещества (непрозрачность).

При расчете переноса энергии (лучистого или конвективного) необходимо знать коэффициент поглощения вещества κ. В звезде типа Солнца существуют две зоны, где градиент температуры ∇ зависит от κ: 1) зона лучистого переноса энергии и 2) атмосфера плюс верхние слои конвективной зоны. В нижней части конвективной зоны градиент практически равен адиабатическому градиенту и не зависит от κ (конвекция очень эффективна и переносит практические весь поток энергии). В лучистой зоне ($T > 2 \cdot 10^6$) использовались таблицы Ливерморской лаборатории OPAL (Iglesias, Rogers 1991; Faulkner, Swenson 1992) для смеси (относительного содержания элементов в Z) по Grevesse 1984 , во внешних частях звезды – таблицы Cox, Tabor 1976. Переходная область лежит в районе 0.8–1.0 млн. K (т.е. в нижней части конвективной зоны, где значение непрозрачности не влияет на модель).

2.4 Термоядерные реакции.

Расчет выделения энергии и изменения химического состава вещества в процессе термоядерных реакций предполагает только превращение водорода в гелий (pp-цепочка и CNO-цикл). В уравнениях (4,10) $\varepsilon(\rho, T, X)$ – скорость выделения энергии в процессе термоядерных реакций. Вообще говоря, ε зависит от концентраций множества ядер: ^1H, ^2H, ^3He, ^4He, ^7Be и т.д. Часть из них (^2H, ^7Li, ^7Be) с достаточной точностью можно всюду считать находящимися в равновесии с остальными; часть лишь медленно сгорает или накапливается, нигде не находясь в равновесии (^1H, ^4He), и есть один класс, занимающий промежуточное положение (^3He, ^{13}C): эти ядра находятся в равновесии в самых внутренних частях звезды, но это не так в более внешних слоях. В случае Солнца главным из них являетя ^3He. В данной работе не учитывается накопление ^3He во внешних слоях энерговыделяющей зоны и концентрация ^3He принимается всюду равной равновесной. Как показано в Sackmann, Boothroyd and Fowler 1990, это вносит ошибку порядка 0.001 в содержание гелия. Скорость CNO-цикла принимается равной скорости самой медленной реакции в нем ($^{14}N(p,\gamma)^{15}O$)).

Для сечений реакций использованы значения из Caughlan, Fowler 1988. Сечения взаимодействия нейтрино с хлором и галлием взяты из Bahcall, Ulrich 1988.

2.5 Описание конвекции.

Перенос энергии из энерговыделяющего ядра к излучающей поверхности происходит либо путем конвекции, либо путем фотонной теплопроводности (лучистый перенос, рассматриваемый в диффузионном приближении). Условием возникновения конвекции является критерий Шварцшильда: лучистый градиент температуры ∇_{rad} больше адиабатического ∇_{ad}. Граница конвективной зоны определяется как слой, на котором $\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$. Описание переноса энергии при наличии конвекции следует Cox, Giuli 1968 (стандартная теория длины пути перемешивания, ТДПП). Отметим, что в атмосфере звезды длина свободного пробега фотонов сравнима с характерными размерами системы и диффузионное приближение неприменимо; там необходимо особое рассмотрение.

2.6 Атмосфера звезды (внешние граничные условия).

Первые два граничных условия для краевой задачи, каковой является построение модели, тривиальны (светимость и масса в центре звезды обращаются в нуль). Два других относятся к поверхности. Одним из них является стремление плотности к 0 при массе, стремящейся к массе звезды. Второе следует из энергетического баланса: звезду должно ежесекундно покидать количество энергии, численно равное ее светимости (некий аналог этого соотношения – $L_\odot = 4\pi R_\odot^2 T_{eff}^4$). На основании этих условий строится модель атмосферы, представляющая собой решение уравнения переноса (напр., Соболев 1985). На современном уровне развития вычислительной техники невозможно включить в программу расчета звездной эволюции решение уравнения переноса, поэтому приходится идти на упрощения. Полная модель атмосферы заменяется так называемым "законом $T(\tau)$" – зависимостью температуры от оптической глубины τ, что определяет выходящий поток. Эта зависимость может быть взята из детальной модели атмосферы, из наблюдений и т.д. (в данной работе использовано аналитическое приближение к Harvard-Smithsonian Reference Atmosphere (Gingerich *et al.* 1971) из Ando, Osaki 1975):

$$\begin{aligned} T^4(T_{eff},\tau) =& \frac{3}{4}T_{eff}^4(\tau + 1.017 - 0.3\exp(-2.54\tau) \\ & - 0.291\exp(-30\tau)) \end{aligned} \tag{17}$$

Вообще говоря, этот закон есть функция эффективной температуры звезды T_{eff} и ускорения силы тяжести на ее поверхности g: $T = T(\tau, T_{eff}, g)$. Мы пренебрегаем зависимостью от g в соответствии с работой Ando, Osaki 1975, и $T = T(\tau, T_{eff})$.

Теперь уравнения строения (с оптической глубиной τ в качестве независимой переменной) перепишутся в виде:

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{1}{\kappa\rho} \tag{18}$$

$$\frac{dM_r}{d\tau} = -\frac{4\pi r^2}{\kappa} \tag{19}$$

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{T}{P}\nabla_{atm}\frac{dP}{d\tau} \tag{20}$$

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\kappa} \tag{21}$$
$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\rho}{P}\nabla_{atm}\frac{dP}{d\tau} \tag{22}$$
$$\nabla_{atm} = \frac{P}{T}\left(\frac{dP}{d\tau}\right)^{-1} \quad \frac{d}{d\tau}T(\tau) \tag{23}$$

Отметим, что в этих уравнениях мы пренебрегли $dX/d\tau$ (т.к. в атмосфере не идут термоядерные реакции и химический состав постоянен) и опустили производную L_r (т.к. $L_r = L_\odot$ в атмосфере). Также предполагается отсутствие конвекции.

Здесь возникает еще одна проблема: при условиях, характерных для солнечной атмосферы, конвекция начинается при τ, сравнимом с 1. В работах Morel *et al.* 1990, Morel *et al.* 1992 проанализированы условия, при которых можно начинать пользоваться диффузионным приближением, и показано, что для достижения точности даже 0.01 при расчете структуры поверхностных слоев необходимо решать уравнение переноса до τ порядка 10. Эта точка (как и отмечают авторы вышеуказанных работ) заведомо лежит в конвективной зоне. Построение согласованной модели для этих слоев является непростой задачей, требующей отказа от диффузионного приближения в теории конвекции. Однако наша главная цель состояла в построении согласованной серии моделей, поэтому был выбран наиболее простой (и наиболее грубый) путь. Представленные в данной работе модели игнорируют неприменимость диффузионного приближения в самых верхних слоях конвективной зоны. Точка перехода от уравнений (18–23) к (1–4) выбрана на верхней границе конвективной зоны (эта граница определяется как слой, на котором $\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$). При этом в этой точке возникает разрыв градиента температуры вследствие перехода от модели атмосферы к диффузионному приближению, которое там не справедливо.

При этом, конечно, начальные условия все же нужны, однако теперь их можно задавать при достаточно малом τ, так что плотностью в этой точке можно пренебречь (реально в моделях принято $\rho = 10^{-9}$ при $\tau = 10^{-4}$). Температура определяется законом $T(\tau)$.

Введение новой переменной τ требует дополнительного граничного условия – выбора точки, в которой радиус равен единице. Положение этой точки должно соотноситься с наблюдаемым радиусом Солнца и в то же время достаточно просто фиксироваться в модели. Для вопросов теории внутреннего строения особого значения выбор этой точки роли не играет, так как приводит лишь к небольшому изменению параметра ТДПП α, который имеет чисто калибровочное значение. Однако значение радиуса очень сильно влияет на собственные частоты модели (как размер резонатора). Наша цель была в первую очередь добиться внутренней согласованности серий моделей. Точка, где радиус равен наблюдаемому, определяется как лежащая на оптической глубине 0.01 в соответствии с работой Schmiedler, Mein 1986, где такой выбор обоснован расчетами оптической глубины вдоль тангенциального (“косого”) луча, что соответствует наблюдениям края солнечного диска.

2.7 Расчет эволюции Солнца и калибровка эволюционного трека.

Согласно теореме Фогта-Рессела звезда (светимость, радиус, внутреннее строение) определяется массой и химическим составом. Так как масса Солнца в течение эволюции принята постоянной, расчет эволюции сводится к расчету изменения профиля химического состава. Это изменение описывается формулой

$$\frac{dX}{dt}\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right) = f\left\{X\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right), T\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right), \rho\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right)\right\} \tag{24}$$

Здесь $f\{...\}$ – скорость выгорания водорода в процессе термоядерных реакций. Вследствие изменения профиля химического состава изменяются светимость и радиус звезды. Мы имеем здесь краевую задачу по времени – модель должна иметь радиус и светимость, соответствующие современным наблюдаемым величинам, при возрасте, равном возрасту Солнца (4.75 млрд. лет в настоящей работе). Чтобы добиться этого, необходимо иметь два свободных параметра, значения которых подбираются для достижения этой цели; как обычно, в этом качестве выступают начальный химический состав (содержание водорода X) и параметр теории конвекции α.

Производные по времени содержатся также в "гравитационных членах" $\partial U/\partial t + (P/\rho^2)(\partial\rho/\partial t)$ в уравнении (4), описывающих изменение гравитационной и внутренней энергии звезды. В качестве начальных условий предполагается, что в момент времени $t = 0$ они равны нулю (звезда квазистационарна).

2.8 О точности моделей.

Модели, представленные в работе, были рассчитаны при помощи набора программ MUSEC (Moscow University Solar Evolution Code). При их разработке точности получаемого решения было уделено большое внимание (см. Аюков 1991). Под точностью понимается соответствие получаемого решения исходным уравнениям и граничным условиям, а не физическая точность (согласование с наблюдениями). Это является следствием того, что многие входные физические данные известны с довольно большими погрешностями, в частности непрозрачности, где ошибки могут достигать десятков процентов. Однако весьма важно, чтобы в серии моделей, отличающихся лишь небольшими изменениями входных параметров, внутренняя точность была бы достаточно велика, чтобы можно было отделить влияние этих параметров от численных ошибок. Представленные модели Солнца рассчитаны с точностью 10^{-5}, т.е. относительная ошибка в основных переменных (плотности, радиусе, температуре, светимости и т.д.) не должна превышать этой величины. Число шагов интегрирования уравнений внутреннего строения достигает 650 при использовании метода Рунге-Кутты IV порядка; эволюция Солнца рассчитывается методом II порядка за 40 шагов. Для представления профиля химического состава используется сетка из 500 точек, равномерно распределенных по переменной $(M_r/M_\odot)^{2/3}$ в интервале $[0;1]$.

2.9 Характеристики модели. Сравнение с моделями других авторов.

Рассчитанная нами стандартная модель современного Солнца имеет следующие основные характеристики:

начальное содержание гелия (по массе)	0.280272
параметр ТДПП α	1.629494
центральная температура, млн. K	15.71792
центральная плотность, г/см^3	150.8701
поток нейтрино для ^{37}Cl, SNU	8.5
поток нейтрино для ^{71}Ga, SNU	127
глубина конвективной зоны (по радиусу)	0.281017
масса конвективной зоны	0.022781
температура на дне конв. зоны, млн. K	2.191091
плотность на дне конв. зоны, г/см^3	0.17733
энтропия адиаб. части конв. зоны	-1.64080

(1 SNU (solar neutrino unit) = 10^{-36} захватов на ядро мишени в секунду).

Несколько опубликованных в последнее время моделей Солнца имеют близкие входные данные и могут служить материалом для сравнения. Часть из них приведена в табл. 1.

Основными параметрами сравнения будут: содержание гелия Y и глубина конвективной зоны H_{bcz}. Выбор основан на том, что Y имеет большое самостоятельное значение (космологическое и др.), а также из-за того, что он является более или менее глобальной характеристикой в отличие от, например, центральной температуры или потока нейтрино. Кроме того, он приводится практически во всех работах. Глубина конвективной зоны может служить здесь в качестве грубого заменителя S_{cnv}: они прямо связаны в случае совпадения входных данных для оболочки звезды. Очевидно, что для моделей разных авторов это не имеет места (например, нет никакой связи между α и H_{bcz} для моделей из Таблицы 1 из-за разных непрозрачностей и других особенностей); возьмем H_{bcz} просто за неимением лучшего.

Рис. 1 отображает Таблицу 1 на плоскость (Y, H_{bcz}) (заметим, что модель GC не нанесена из-за отсутствия данных о глубине конвективной зоны). Первая бросающаяся в

Таблица 1. Стандартные солнечные модели. Пояснения:
Y – начальное содержание гелия; α – параметр ТДПП; H_{bcz} – глубина конвективной зоны, в долях радиуса.

Уравнение состояния (EOS):
EFF – Eggleton, Faulkner and Flannery 1977; MHD – Mihalas, Däppen and Hummer 1988, Hummer and Mihalas 1988, Däppen et al. 1988; CEFF – EFF с включенными поправками за электростатическое взаимодействие и вырождение электронов.

Таблицы непрозрачностей (κ):
CSCT – Cox and Stewart 1970 + Cox and Tabor 1976; LAOL – таблицы Лос-Аламосской лаборатории (Huebner et al. 1977); OPAL – таблицы Ливерморской лаборатории (Iglesias, Rogers 1991).

Полные названия работ:
JCD – Christensen-Dalsgaard 1992b, GC – Guzik, Cox 1991, FS – Faulkner, Swenson 1992, SBF – Sackmann, Boothroyd, Fowler 1990, KDG – Kim, Demarque, Guenther 1991, DPS – Dziembowski, Pamyatnykh, Sienkiewicz 1992, TCCD – Turck-Chièze et al. 1988.

Модель	EOS	κ	Y	α	H_{bcz}
JCD (a)	MHD	CSCT	0.2393	1.6896	0.2794
JCD (b)	CEFF	CSCT	0.2404	1.6840	0.2784
JCD (c)	EFF	CSCT	0.2496	1.6401	0.2769
JCD (d)	MHD	LAOL	0.2750	2.4602	0.2666
JCD (e)	EFF	LAOL	0.2849	2.3834	0.2637
GC	MHD		0.270	2.291	
FS	EFF	OPAL	0.3037	1.669	0.263
SBF		LAOL	0.2803	2.09	0.262
KDG (a)		LAOL	0.2843	1.242	0.2604
KDG (b)	MHD	LAOL	0.2736	1.2559	0.2645
DPS (a)	MHD	LAOL	0.2675		0.2791
DPS (b)	MHD	OPAL	0.2799		0.2841
TCCD		LAOL	0.2757	1.55	0.2695
Эта работа	MHD	OPAL	0.2803	1.6295	0.2810

глаза особенность – распределение моделей по четырем группам. Первую (и самую многочисленную) составляют модели TCCD, JCD(d), JCD(e), KDG(b), SBF, KDG(a). Все они рассчитаны с Лос-Аламосскими таблицами. Это обусловливает сравнительно небольшой разброс в содержании гелия (чуть более одного процента). По глубине конвективной зоны отличия заметно сильнее, около половины представленного диапазона 0.26–0.285.

Вторая группа состоит из трех моделей DPS(a), DPS(b)

Рис. 1. Стандартные солнечные модели последних лет. Названия работ см. в пояснениях к табл. 1.

и рассчитанной в этой работе. Две из них используют Ливерморские таблицы непрозрачностей, третья – Лос-Аламосские (DPS(a)). По-видимому, на основании этого материала уже можно сделать вывод об увеличении глубины конвективной зоны на 1.5–2% при переходе от LAOL таблиц к OPAL таблицам (хотя, конечно, двух моделей мало). Несколько странное поведение модели DPS(a) объясняется, по-видимому, тем, что непрозрачности LAOL в этой работе были экстраполированы как раз в области температур около дна конвективной зоны за пределы сетки таблиц. Согласно Faulkner and Swenson 1992 такая экстраполяция приводит к завышению κ на $\simeq 12\%$ в области 2–3 млн. K и увеличению глубины конвективной зоны как раз на 1% по сравнению с более полными (не требующими интерполяции) таблицами. На остальные параметры модели эта неточность практически не влияет (см. Faulkner, Swenson 1992).

Интересно отметить, что отличия LAOL от OPAL в Y на этом рисунке не проявились. Как модель DPS(b), так и модель из данной работы хорошо попадают в первую группу, группу LAOL-моделей, по содержанию гелия.

Третью группу образуют три модели JCD(a), JCD(b) и JCD(c). Они рассчитаны с использованием старых таблиц непрозрачностей Cox, Stewart 1970 для центральных областей Солнца, что и привело к сильному отличию в Y от остальных моделей. Судя по этим данным, переход от таблиц Cox, Stewart 1970 к таблицам LAOL привел к увеличению Y примерно на 4%.

В четвертую группу выделена модель FS, имеющая очень высокое (в сравнении с остальными моделями) содержание гелия, более 30%. Использованные в ней непрозрачности (Iglesias, Rogers 1991; Faulkner, Swenson 1992 для внутренних областей Солнца, Cox, Tabor 1976 для внешних) полностью совпадают с нашими. Уравнение состояния EFF, использованное в FS, способно объяснить такой высокий Y лишь отчасти (сравнение моделей JCD(d) и JCD(e) показывает, что переход от MHD к EFF ведет к увеличению содержания гелия на 1%, остается еще один “лишний” процент). Возможно, это обусловлено просто неточностью расчетов авторов модели FS.

Очень близка по исходным данным к представленной в настоящей работе модель DPS(b), рассчитанная Dziembowski *et al.* 1992 (одни и те же уравнение состояния и непрозрачности во внутренних областях Солнца). Приведенное ими значение $Y = 0.2799$ для модели с распределением тяжелых элементов по Grevesse 1984 практически равно полученному нами (0.2803). Отличие в глубине конвективной зоны легко объясняется неточностью экстраполяции таблиц непрозрачностей (см. выше).

Таким образом, исторический процесс замены таблиц непрозрачностей в центральных областях солнечных моделей

Cox, Stewart 1970 $\rightarrow$ LAOL $\rightarrow$ OPAL

в солнечных моделях вел к постоянному увеличению Y и непрозрачностей. При этом наибольший скачок произошел во время появления таблиц LAOL – 3.5–4.0% в Y, переход же к OPAL вызвал более скромное увеличение содержания гелия на 0.5–1%: от 0.27–0.275 до 0.28, хотя для окончательного вывода моделей с OPAL еще слишком мало. Это сходно с результатами Roxburg 1991 (приведено значение 0.02 для разности Y между моделями с таблицами LAOL и OPAL) и Dziembowski *et al.* 1992 (0.012 для той же самой величины) (в этих работах сравнивались пары моделей с полностью одинаковыми входными данными, исключая лишь таблицы непрозрачностей).

Более тонкие эффекты встречаются при анализе уравнения состояния. Наиболее простое из приведенных – EFF; оно включает лишь учет частичной ионизации водорода и гелия и некую аппроксимацию для “ионизации давлением” (гарантирующую полную ионизацию вещества в центральных слоях звезды). Уравнение состояния CEFF дополняет его учетом кулоновских (электростатических) поправок и частичного вырождения электронов. Наконец, наиболее полное на сегодняшний день уравнение состояния MHD рассматривает термодинамику плазмы на весьма детальном уровне (см. 2.2). Часть авторов

(SBF, KDG, TCCD) использовала уравнения состояния, не относящиеся к вышеприведенной группе. Их приближенно можно считать эквивалентными CEFF.

Наиболее удобны для сравнения модели JCD(a), JCD(b) и JCD(c) (все они имеют одинаковые входные данные, за исключением уравнения состояния). Мы видим, что введение кулоновских поправок и учета вырождения электронов увеличивает содержание гелия почти на один процент. На глубину конвективной зоны влияние весьма слабое. Переход от CEFF к MHD почти не влияет на модель. Это доказывает, что отличия между MHD и более или менее стандартным уравнением состояния (включающим частичную ионизацию (уравнения Саха), кулоновские взаимодействия частиц (теория Дебая–Хюккеля), частичное вырождение электронного газа и ионизацию давлением) в применении к эволюционным моделям невелики (возможно, большая их часть приходится на внешние слои звезды, не играющие заметной роли в эволюции).

Глава 3. Энтропия адиабатической части конвективной зоны как параметр модели.

В современных моделях Солнца конвективная оболочка простирается на 25–30% радиуса вглубь звезды от поверхности. Большая ее часть имеет тривиальное строение – конвективный перенос энергии достаточно эффективен для того чтобы переносить весь поток энергии. Градиент температуры $\nabla = dT/dP$ в этих слоях практически равен адиабатическому и не зависит от деталей теории конвекции. Непрозрачность в этих слоях определяет лишь наличие конвекции, но не температурный градиент (она влияет на лучистый перенос, незначительный в этих областях). Температура и плотность связаны уравнением адиабаты. Эти слои называются *адиабатической частью конвективной зоны.* Они составляют большую ее часть, от $\simeq 0.002$ глубины (по радиусу) до самого дна конвективной оболочки. В самых верхних 0.2% радиуса конвекция не может переносить весь поток энергии, плотность вещества слишком мала для этого. Это приводит к заметной роли лучистого переноса и превышению градиента температуры над адиабатическим. В этой *сверхадиабатической части конвективной зоны* на градиент влияет еще и теория конвекции. Наличие этой области позволяет проводить “эволюционную калибровку”, т.е. путем изменения параметра конвекции α подбирать радиус модели.

Однако параметр α удобен для варьирования характеристик сверхадиабатической части конвективной зоны, но не как самостоятельный параметр модели. Само значение α связано с деталями теории конвекции и величиной непрозрачности в верхних слоях Солнца и не несет в себе существенной информации. Важно то, какова будет величина сверхадиабатичности, а не то, благодаря какому α она получается.

Есть еще один параметр, часто употребляемый как характеристика моделей – глубина конвективной зоны. При фиксированных непрозрачностях у дна конвективной оболочки и фиксированном строении атмосферы между ними существует прямая зависимость: α определяет, на какую адиабату выйдет линия (T, ρ); там, где эта линия достигнет достаточно низкой κ, и будет дно конвективной зоны. Однако при различных κ невозможно сравнение моделей по α. Поэтому в качестве естественного физического параметра, характеризующего строение адиабатической части конвективной зоны, предлагается использовать *удельную (на единицу массы) энтропию вещества в адиабатической части конвективной зоны* S_{cnv}. Так как градиент температуры там практически равен адиабатическому, энтропию плазмы в этих слоях можно с достаточной точностью считать постоянной.

Общий характер поведения энтропии в солнечной модели показан на рис. 2 и 3. В атмосфере она падает вглубь (в первом приближении, для идеального одноатомного газа $S \sim \ln\left(T^{3/2}/\rho\right)$; в атмосфере рост температуры опережает рост плотности). С началом конвекции плотность почти перестает увеличиваться (может возникнуть даже инверсия плотности), и энтропия быстро растет. Этот рост (в зоне сверхадиабатической конвекции) зависит от α; фактически при "эволюционной калибровке" подбирается именно энтропия (как параметр, отвлеченный от строения внешних слоев, не имеющих значения для эволюции). Далее, в адиабатической части конвективной зоны, энтропия выходит на постоянную величину (S_{cnv}). При дальнейшем продвижении вглубь с прекращением конвекции опять начинается падение энтропии. Собственно говоря, знак производной энтропии по радиусу определяется знаком разности $\nabla - \nabla_{ad}$: уходя с адиабаты при $\nabla \neq \nabla_{ad}$, мы пересекаем другие кривые $S = const$, и направление движения определяется разностью $(dT/d\rho) - (dT/d\rho)_S$ (или $(dT/dP) - (dT/dP)_S$) (ср. с формулой для ΔS в Ulrich, Rogers 1977). Отклонение градиента от адиабатического наиболее сильно в атмосфере и зоне сверхадиабатической конвекции; там и наблюдаются наиболее высокие градиенты S.

Используя S_{cnv}, можно отвлечься от всех сложностей строения верхних слоев Солнца: атмосферы и зоны сверхадиабатической конвекции. Энтропия конвективной оболочки практически полностью характеризует строение модели в области выше 0.72–0.74 $R_{\odot}$. Это объясняется тем, что изменения в теории конвекции и строении атмосферы влияют лишь на незначительные по величине массу и толщину этих слоев, и практически не сказываются на температуре и плотности в более глубоких слоях.

Энтропия, хотя и является функцией состояния, не столь привычна как, скажем, давление или плотность. Она также не может быть непосредственно вычислена по термическому и калорическому уравнениям состояния и определена с точностью до постоянной. Мы вычисляем энтропию в моделях путем интегрирования ее дифференциала от некоторой фиксированной точки (T_0, ρ_0, X_0) до заданной (T, ρ, X):

$$\begin{aligned} S - S_0 = \int_{(T_0,\rho_0,X_0)}^{(T,\rho,X)} \frac{1}{T} \Bigg\{ \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \right)_{T,X} - \frac{P}{\rho^2} \right] d\rho \\ + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{\rho,X} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_{T,\rho} dX \Bigg\} \end{aligned} \tag{25}$$

Необходимые для этого термодинамические производные имеются в таблицах уравнения состояния MHD. Зафиксированная точка имеет следующие параметры:

$$\begin{aligned} T_0 &= 4300\,\mathrm{K} & X_0 &= 0.73 \\ \rho_0 &= 10^{-9}\,\text{г/см}^3 & S_0/R &= 0\,\text{моль/г} \end{aligned} \tag{26}$$

При использовании S_{cnv} как характеристики модели возможны два подхода. Во-первых, можно использовать абсолютное значение S, отсчитываемое от фиксированной точки (как предполагают формулы 25–26). При этом S_{cnv} рассматривается как

Рис. 2. Ход энтропии в стандартной солнечной модели.

R – универсальная газовая постоянная. Плато в районе $0.7 \div 1.0$ $R_{\odot}$ – адиабатическая часть конвективной зоны; резкое изменение S вблизи $r/R_{\odot} = 1$ – атмосфера и сверхадиабатическая часть конвективной зоны. См. также рис. 3.

Рис. 3. Ход энтропии в стандартной солнечной модели.

R – универсальная газовая постоянная. Падение S в области $\lg T = 3.7 \div 3.8$ соответствует атмосфере; минимум вблизи $\lg T = 3.8$ – верхняя граница конвективной зоны; подъем – сверхадиабатическая часть конвективной зоны; плато – адиабатическая часть конвективной зоны; спад в области $\lg T = 6.3 \div 7.2$ – лучистая зона и энерговыделяющее ядро. См. также рис. 2.

общий параметр, в каком-то смысле заменяющий всю оболочку модели. Во-вторых, можно использовать перепад энтропии ΔS от, например, температурного минимума солнечной атмосферы до адиабатической части конвективной зоны. При этом ΔS служит скорее в качестве заменителя α, так как значение ΔS более подвержено влиянию посторонних факторов, неинтересных для сравнения внутреннего строения (как, например, непрозрачность в атмосфере). Оба подхода имеют право на существование; в настоящей работе использован первый (он дает возможность оценить энтропию в моделях из Christensen-Dalsgaard 1992).

На рис. 4, 5 показана связь между перепадом энтропии в верхних слоях модели ΔS и другими параметрами оболочки: α и глубиной конвективной зоны. Под перепадом здесь понимается разность энтропий между точкой $\tau = 10^{-4}$ и адиабатической частью конвективной зоны. Разница энтропий, как мы видим, почти линейно зависит как от α, так и от H_{bcz}.

Рис. 4. Связь между параметром конвекции α и перепадом энтропии в оболочке модели.

R – универсальная газовая постоянная. ΔS – разница в энтропии между точкой $\tau = 10^{-4}$ и адиабатической частью конвективной зоны. Легкий разброс точек вызван различным химическим составом моделей.

Рис. 5. Связь между глубиной конвективной зоны и перепадом энтропии в оболочке модели.

R – универсальная газовая постоянная. ΔS – разница в энтропии между точкой $\tau = 10^{-4}$ и адиабатической частью конвективной зоны. Легкий разброс точек вызван различным химическим составом моделей.

Глава 4. Модели с имитацией перемешивания и модифицированными непрозрачностями.

Для того чтобы исследовать соотношения между характеристиками солнечных моделей, была рассчитана серия неэволюционных моделей с некоторыми искусственными модификациями (однако все они имеют радиус и светимость, равные солнечным). Основной задачей являлось исследование связи между характеристиками ядра (химическим составом и непрозрачностями) и оболочки (энтропией сверхадиабатической части конвективной зоны S_{cnv}). При этом стандартная модель использовалась как "опорная" – из нее брался профиль содержания водорода $X(M_r/M_\odot)$. Чтобы получить модели, отличные от стандартной, можно варьировать непрозрачности (κ), а также имитировать перемешивание, накладывая возмущения на химический состав (содержание водорода X) в энерговыделяющем ядре. Подчеркнем, что в нашем подходе эти модели не будут эволюционными; они получены модификацией модели современного Солнца.

Вариации химического состава, в некоем смысле аналогичные перемешиванию, имеют смысл лишь в энерговыделяющем ядре; вне его X постоянен из-за отсутствия ядерных реакций. Формулы, описывающие модификацию X и κ, см. в приложении 2. Здесь лишь отметим, что они характеризуются тремя параметрами, эквивалентными амплитудам возмущений: A^c_X, A^c_κ, и A^{rad}_κ. Нижний индекс показывает, в какую переменную вводится вариация, верхний – область действия (c – энерговыделяющее ядро, rad – лучистая часть модели под конвективной зоной, где уже нет энерговыделения и светимость постоянна).

Первый рассматриваемый класс моделей имеет полностью фиксированную оболочку (химический состав и α). Внося возмущение в профиль $X(M_r/M_\odot)$ (в ядре) в виде сплайна с амплитудой A_1, можно получить новую (сшитую) модель, подбирая T_c, ρ_c и два дополнительных параметра химического состава (амплитуда еще одного сплайна A_2 и A_X^c). При этом все отличия от стандартной модели полностью локализованы в ядре постановкой задачи: химический состав и α в оболочке не менялись, светимость и радиус, разумеется, должны быть равны солнечным.

Теперь слегка изменим условия: пусть α станет параметром сшивки вместо A_2. Вновь вносим вариацию в профиль X и опять сшиваем модель (теперь параметрами сшивки служат T_c, ρ_c, A_X^c и α). Теперь оболочка должна бы измениться, однако расчет показывает, что α при этом принимает практически то же самое значение, что и в стандартной (немодифицированной) модели! Это означает, что для сшивки такой модели достаточно трех параметров вместо четырех: T_c, ρ_c и амплитуды возмущения в химическом составе A_X^c.

Разности между одной из моделей такого рода и стандартной моделью показаны на рис. 6. Горб в профиле X в центре звезды – сплайновое возмущение; понижение X в районе $0.15\,r/R_\odot$ – член $A_X^c\delta$. Интересно, что температура и непрозрачность меняются сравнительно слабо.

По-видимому, такая сшивка с тремя свободными параметрами вместо четырех заключается в подборе амплитуды A_X^c такой, чтобы скомпенсировать введенное ранее возмущение. α же имеет главным образом калибровочное значение, определяя радиус модели. Так как остальные параметры оболочки в процессе такой сшивки изменены быть не могут, α также остается постоянным. Далее, попытки построить такую модель с другим α (подбирая *два* параметра химического состава в ядре) не удались. Таким образом, модели Солнца с одинаковой физикой и разными профилями $X(M_r/M_\odot)$ в ядре имеют одно и то же α (и, следовательно, одинаковую оболочку).

Если вместо химического состава менять непрозрачности в энерговыделяющем ядре, добиваясь сшивки при помощи варьирования T_c, ρ_c, A_X^c и α, получается модель со слегка измененным

Рис. 6. Сравнение моделей 300–0003 (стандартной) и 300–0004 (изменен химический состав в ядре).

Разности между двумя моделями: $\delta x \equiv \frac{x_2 - x_1}{(x_2 + x_1)/2}$; $\Delta x \equiv x_2 - x_1$. Величины вычитались в точках равной массы $M_r/M_\odot$. T – температура, ∇ – градиент температуры $d\ln T/d\ln P$, ρ – плотность, X – массовая доля водорода, κ – непрозрачность, L_r – светимость сферы радиуса r. Разности между моделями ограничены областью $M_r/M_\odot < 0.4$, где изменен химический состав. Обратите внимание на неизменность T и κ.

α (разности между одной из таких моделей и стандартной показаны на рис. 7). Изменения в оболочке модели невелики по сравнению с изменениями с ядре; член $A^c_X\delta$ почти компенсирует возмущение $A^c_\kappa\delta$. Опять модификация ядра сохраняет оболочку почти неизменной.

Таким образом, можно высказать предположение, что варьированием непрозрачности и профиля содержания водорода в энерговыделяющем ядре невозможно существенно изменить α, т.е. энтропию оболочки S_{cnv}.

Следующая группа моделей имеет различное содержание водорода в оболочке. Снова вносим возмущения в X и κ. В качестве параметров сшивки теперь выступают: два центральных значения (T_c и ρ_c), параметр конвекции α (влияющий на S_{cnv}) и величина ΔX, имеющая смысл "сдвига" профиля химического состава:

$$X(M_r/M_\odot) = X_0(M_r/M_\odot) + \Delta X$$

Здесь $X(M_r/M_\odot)$ – профиль X в получаемой модели, $X_0(M_r/M_\odot)$ – профиль содержания водорода в стандартной модели. Отметим, что ΔX не является функцией массовой координаты $M_r/M_\odot$. Результат, очевидно, оказывается отличным от моделей, описанных ранее, так как возмущение в ядре модели может быть скомпенсировано лишь α и/или ΔX, что неизбежно приводит к изменению оболочки. При этом оказывается, что изменяется как α, так и ΔX. Разности одной из таких моделей и стандартной показаны на рис. 8. Теперь уже отличия от стандартной модели не локализованы в ядре, хотя в нем амплитуды разностей наиболее высоки, так как именно там произведена модификация (увеличение X). Характер разностей близок к предыдущему случаю (неизменной оболочки).

В приложении 2 приведены характеристики рассчитанных моделей с модифицированными непрозрачностями и химическим составом.

Рис. 7. Сравнение моделей 300–0003 (стандартной) и 300–0015 (увеличена непрозрачность в ядре).

Разности между двумя моделями: $\delta x \equiv \frac{x_2 - x_1}{(x_2+x_1)/2}$; $\Delta x \equiv x_2 - x_1$. Величины вычитались в точках равной массы $M_r/M_\odot$. T – температура, ∇ – градиент температуры $d\ln T/d\ln P$, ρ – плотность, X – массовая доля водорода, κ – непрозрачность, L_r – светимость сферы радиуса r. Разности велики в районе модификации κ и X и малы при $r/R_\odot > 0.2$: оболочка 300–0015 слабо отличается от оболочки стандартной модели.

Рис. 8. Сравнение моделей 300–0003 (стандартной) и 300–0005 (увеличено содержание водорода в ядре).

Разности между двумя моделями: $\delta x \equiv \frac{x_2 - x_1}{(x_2 + x_1)/2}$; $\Delta x \equiv x_2 - x_1$. Величины вычитались в точках равной массы $M_r/M_\odot$. T – температура, ∇ – градиент температуры $d\ln T/d\ln P$, ρ – плотность, X – массовая доля водорода, κ – непрозрачность, L_r – светимость сферы радиуса r. К поверхности ΔX выходит на постоянную величину -0.0058. Обратите внимание на неизменность κ.

Глава 5. Связь между энтропией и содержанием гелия.

Задавая разную амплитуду возмущения X в ядре и пользуясь сшивкой по T_c, ρ_c, α и ΔX, получаем серию моделей. На рис. 9 видно, что при нанесении их на плоскость $S_{cnv} - Y$ они ложатся на одну прямую (прямая I'). Это модели 300–0003 (стандартная), 300–0005, 300–0008, 300–0009.

Было также исследовано влияние изменений непрозрачности. В первом случае возмущения в κ локализовывались в энерговыделяющем ядре. Получаемый эффект был близок к эффекту, вызываемому модификациями химического состава: на плоскости $S_{cnv} - Y$ модели ложатся на прямую I" (300–0003, 300–0006, 300–0007), слегка наклоненную к прямой I'. Это показывает, что эффекты изменения профиля X и κ близки, так как приводят к похожим результатам. Пока остается неясным, какие факторы могут влиять на наклон прямой.

Таким образом, в "однородной" группе солнечных моделей, отличающихся лишь профилем химического состава и непрозрачностями в энерговыделяющем ядре, существует *приблизительно линейная зависимость между энтропией адиабатической части конвективной зоны и содержанием гелия в оболочке модели.*

Однако изменение κ в лучистой зоне (там, где светимость уже постоянна, но еще нет конвекции ($0.3 < r/R_\odot < 0.72$, $0.6 < M_r/M_\odot < 0.98$, $6.3 < \lg T < 6.8$, $-0.9 < \lg \rho < 1.1$) приводит к тому, что прямая $S_{cnv} - Y$ сдвигается параллельно самой себе (прямые II', II": модели 300–0010 – 300–0014). Модели при этом приблизительно сохраняют энтропию и сильно меняют Y (например, переход 300–0003 $\rightarrow$ 300–0010). При этом структура зависимости сохраняется, и даже угол между прямыми II' и II"

Рис. 9. Соотношение между содержанием гелия Y и энтропией адиабатической части конвективной зоны S_{cnv}.

R – универсальная газовая постоянная. Квадраты и треугольники – рассчитанные в данной работе модели, крестики – модели из Christensen-Dalsgaard 1992b, кружок с точкой в центре – определенные гелиосейсмологическими методами значения (Vorontsov et al. 1991, Батурин 1992) (показаны оценки погрешности определения). Стандартная модель – 300–0003. Квадраты – модели с вариациями X и κ только в энерговыделяющей зоне, треугольники – модели с увеличенной непрозрачностью в лучистой зоне. Модели E1 и E2 отличаются от E0 уменьшенной непрозрачностью в ядре. Модели 6, 21 и 22 имеют разный возраст. Модель 14 рассчитана с уравнением состояния CEFF, модели 4, 6, 21, 22, E0, E1, E2 – с EFF.

Прямые I', I" – модели с X и κ, измененными в ядре; II', II" – введена дополнительная коррекция непрозрачностей в лучистой зоне. Один штрих соответствует изменению κ, два – химического состава.

(аналог I”) близок к углу между I’ и I”. По-видимому, энерговыделение играет некоторую компенсирующую роль, связанную с постоянством светимости, а при возмущениях в лучистой зоне, где нет энерговыделения, этот фактор отсутствует.

На рис. 9 нанесены также точки, соответствующие моделям из Christensen-Dalsgaard 1992b (крестики). Вообще говоря, эти модели рассчитаны с уравнениями состояния EFF и CEFF, а не MHD. Энтропия для них рассчитана с использованием термодинамических величин из MHD за неимением возможности воспользоваться оригинальными уравнениями состояния. Это, конечно, серьезное упрощение. Но грубо можно предположить, что уравнения состояния не очень сильно отличаются.

Модели E1 и E2 имеют измененную в сравнении с E0 непрозрачность в ядре, как модели 300–0006 и 300–0007 по отношению к 300–0003. Они также располагаются вдоль прямой, приблизительно параллельной прямой I” (соответствующей 300–0003, 300–0006, 300–0007).

Аналогично модели 6, 21, 22 отличаются друг от друга возрастом (длиной эволюционного трека), т.е. профилем химического состава. Они лежат вдоль прямой, почти параллельной I’ (модели с измененным химическим составом в ядре).

Таким образом, результаты неплохо подтверждаются на примерах моделей, полученных J.Christensen-Dalsgaard’ом. Модели 4 и 14 рассчитаны с использованием старых таблиц непрозрачностей (Cox, Stewart 1970), остальные – с LAOL (Huenber *et al.* 1977). При переходе от Cox, Stewart 1970 к LAOL непрозрачность *увеличивается*; это совпадает направлением I $\rightarrow$ II (здесь также *увеличена* непрозрачность в лучистой зоне). Возможно, виден также эффект увеличения κ при переходе от LAOL к OPAL, однако наверняка утверждать это нельзя из-за неадекватности оценок энтропии в моделях Christensen-Dalsgaard 1992b.

Итак, увеличение κ в лучистой зоне ведет к сдвигу прямой вправо (рост Y и сохранение энтропии); уменьшение κ в ядре – к передвижению модели по прямой вниз (уменьшение Y и S_{cnv}). Эти эффекты могут рассматриваться независимо.

Кружком с точкой в центре, напоминающим Солнце, нанесено определение параметров оболочки методами гелиосейсмологии (Vorontsov *et al.* 1991, Батурин 1992) (отмечены также оценки погрешностей определения). Исходя из изложенного в предыдущем абзаце, можно оценить изменения, которые нужно внести в таблицы OPAL, чтобы получить из модели 300–0003 модель со значениями, близкими к этому независимому определению. Модель 300–0003 имеет слишком высокое содержание гелия и энтропию. Уменьшение S_{cnv} возможно лишь за счет уменьшения κ в лучистой зоне; судя по рисунку, величина уменьшения должна быть совсем небольшой. Это приведет к тому, что прямая Г' после сдвига будет проходить через $\odot$. Далее, чтобы передвинуть модель по прямой вниз (и влево), необходимо уменьшить в ядре либо X (эффект, противоположный перемешиванию), либо κ. И та и другая модификации должны быть весьма значительны, чтобы достичь нужного эффекта: или содержание водорода придется уменьшить более чем на 20% (до $X_c = 0.13$) или непрозрачность на 30–40%. Впрочем, такие оценки должны рассматриваться, конечно, как предварительные: могут существовать неучтенные факторы, влияющие на положение моделей, возможные ошибки гелиосейсмологического определения велики.

Глава 6. Заключение.

В работе построена "каноническая" солнечная модель. Использованы последние доступные входные данные: уравнение состояния MHD (Mihalas, Däppen and Hummer 1988, Hummer and Mihalas 1988, Däppen *et al.* 1988), таблицы непрозрачностей Ливерморской лаборатории OPAL (Iglesias, Rogers 1991, Faulkner, Swenson 1992), сечения ядерных реакций из Caughlan, Fowler 1988. Приняты специальные меры для исключения численных ошибок и достижения высокой точности и согласованности модели. Стандартная модель имеет содержание гелия $Y = 0.2803$, глубину конвективной зоны $H_{bcz} = 0.2810$, предсказываемый поток нейтрино для детектора ^{37}Cl – 8.5 SNU, для детектора ^{71}Ga – 127 SNU. Проведено сравнение по содержанию гелия Y и глубине конвективной зоны с другими рассчитанными в последние два года стандартными моделями Солнца; почти все расхождения хорошо объясняются.

Предлагается использовать удельную энтропию вещества адиабатически стратифицированных слоев конвективной зоны S_{cnv} как характеристику модели. Обоснованы преимущества такого выбора перед параметром конвекции α и глубиной конвективной зоны H_{bcz}. Рассчитанная стандартная модель имеет $S_{cnv}/R = -1.64080$ моль/г (R – универсальная газовая постоянная).

Обнаружена линейная зависимость между содержанием гелия в оболочке модели и удельной энтропией адиабатической части конвективной зоны S_{cnv}. Эта зависимость справедлива для моделей, отличающихся профилем содержания водорода и непрозрачностями в энерговыделяющем ядре.

Рассмотрен вопрос согласования результатов эволюционных расчетов с энтропией конвективной зоны, определяемой гелиосейсмологическими методами. Согласно полученным предварительным оценкам, для достижения нужного значения S_{cnv} (в эволюционных моделях) необходимо слегка уменьшить непрозрачность в зоне 2–6 млн. K и весьма значительно в зоне 6–12 млн. K по сравнению с таблицами OPAL.

Автор благодарит В.Даппена за предоставление таблиц уравнения состояния MHD, сделавшее эту работу возможной и Й.Кристенсена-Далсгаарда за данные по рассчитанным им моделям.

Литература

Ando, H., Osaki, Y. 1975. *Publ. Astron. Soc. Japan*, **27**, 581.

Аюков С.В., 1991, *Курсовая работа*, МГУ.

Bahcall, J. N. and Ulrich, R. K., 1988. *Rev. Mod. Phys.*, **60**, 297–372.

Батурин, В.А., 1992. *Частное сообщение.*

Caughlan, G.R., and Fowler, W.A. 1988. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **40**, 284.

Christensen-Dalsgaard, J. 1988. *Computational Procedures for GONG Solar Model Project.*

Christensen-Dalsgaard, J. 1991. in *Challenges to Theories of the Structure of Moderate Mass Stars*, pp.11–36, ed. D.O.Gough and J.Toomre (Lecture Notes in Physics, **388**,Springer, Heidelberg, 1991).

Christensen-Dalsgaard, J. 1992a. *Ap. J.*, **385**, 354–362.

Christensen-Dalsgaard, J. 1992b. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, **62**, 123–152.

Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W. and Lebreton, Y., 1988. *Nature*, **336**, 634–638.

Courtaud, D., Damamme, G., Genot, E., Vuillemin, M., and Turck-Chieze, S. 1990. *Solar Phys.*, **128**, 49–60.

Cox, A. N. and Tabor, J. E., 1976. *Ap. J. Suppl.*, **31**, 271–312.

Cox, A.N., and Stewart, J.N. 1970. *Ap. J. Suppl.*, **19**, 243.

Cox, J.P., Giuli, R.J. 1968. *Principles of Stellar Structure*, New York, Gordon & Breach.

Dziembowski, W. A., Pamyatnykh, A. A. and Sienkiewicz, R., 1992. *Acta Astron.*, **42**, 5–15.

Däppen, W., Mihalas, D., Hummer, D.G. and Mihalas, B.W., 1988 (III). *Ap. J.*, **332**, 261–270.

Eggleton, P.P., Faulkner, J. and Flannery, B.P., 1973. *Astron. Astrophys.*, **23**, 325–330

Faulkner, J., and Swenson, F.J. 1992. *Ap. J.*, **386**, L55–L58.

Gingerich, O., Noyes, R.W., Kalkofen, W. and Cuny, Y. 1971. *Solar Physics*, **18**, 347.

Grevesse, N. 1984. *Phys. Scripta*, **T8**, 49.

Guzik, J.A., and Cox, A.N. 1992. *Ap. J.*, **386**, 729–733.

Huebner, W. F., Merts, A. L., Magee, N. H. and Argo, M. F., 1977. *Astrophysical Opacity Library*, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA–6760–M.

Hummer, D.G., Mihalas, D., 1988 (I). *Ap. J.*, **331**, 794–814.

Iglesias, C. A., and Rogers, F. J., 1991. *Ap. J.*, **371**, 408–417.

Kim, Y.-C., Demarque, P., and Guenther D.B. 1991. *Ap. J.*, **377**, 407–412.

Mihalas, D., Däppen W. and Hummer, D.G., 1988 (II). *Ap. J.*, **331**, 815–825.

Morel, P., Provost, J., and Berthomieu, G. 1990. *Solar Physics*, **128**, 7–20.

Morel, P., van't Veer, C., Berthomiue, G., Cayrel, R., Castelli, F., Goupil, M.J., Lebreton, Y. and Provost, J. 1992. Vienna "Inside the Stars"

Roxburg, I.W. 1991. in *Challenges to Theories of the Structure of Moderate Mass Stars*, pp.57–59, ed. D.O.Gough and J.Toomre (Lecture Notes in Physics, **388**,Springer, Heidelberg, 1991).

Sackmann, I.-J., Boothroyd, A.I., and Fowler W. 1990. *Ap. J.*, **360**, 727–736.

Schmiedler, B., and Mein P. 1986. *Astron. Ap.*, **161**, 7-11.

Соболев, В.В., 1985. *Курс теоретической астрофизики*, М., Наука.

Turck-Chièze, S., Cahen, S., Cassé, M. and Doom, C. 1988. *Ap. J.*, **335**, 415–424.

Ulrich, R.K. and Rhodes E.J.(Jr.) 1977. *Ap. J.*, **218**, 521–529.

Vorontsov, S.V., Baturin, V.A., and Pamyatnykh, A.A. 1991. *Nature*, **349**, 49–51.

Vorontsov, S.V., Baturin, V.A., and Pamyatnykh, A.A. 1992. *M.N.R.A.S.*, **257**, 32–46.

Приложение 1. Характеристики и структура стандартной модели современного Солнца.

В приложении 1 приведены некоторые графики, относящиеся к внутреннему строению стандартной модели (300–0003): соотношения “масса/радиус”, “радиус/светимость”, “температура/плотность”, профили температурных градиентов (лучистого, адиабатического и модельного).

Рис. 10. Масса, радиус и светимость в стандартной модели Солнца.

Сфера с радиусом 0.3 $R_\odot$ дает почти всю светимость и содержит 60% массы.

Рис. 11. Температура и плотность в стандартной модели Солнца.
Область $\lg T = 3.7 \div 3.8$ – атмосфера, $\lg T = 3.8 \div 6.3$ – конвективная зона, $\lg T = 6.3 \div 7.3$ – лучистая зона и ядро.

Рис. 12. Градиент температуры $\nabla \equiv d\ln T/d\ln P$ в стандартной модели Солнца.

Детали строения атмосферы и зоны сверхадиабатической конвекции неразличимы; см. рис. 13. Лучистый градиент достигает $2 \cdot 10^6$. Падение адиабатического градиента обусловлено наступлением частичной ионизации водорода (и гелия).

Рис. 13. Градиент температуры $\nabla \equiv d\ln T/d\ln P$ в стандартной модели Солнца.

"Лучистый" градиент в атмосфере получен из модели атмосферы (закона $T(\tau)$), а не из диффузионного приближения. Хорошо видна зона сверх-адиабатической конвекции. Падение адиабатического градиента обусловлено наступлением частичной ионизации водорода (и гелия). См. также рис. 12.

Приложение 2. Модифицированные модели.

В таблицах 2 и 3 приведены характеристики рассчитанных в данной работе моделей с модификациями в профиле химического состава и непрозрачностях.

Вариации в профиле содержания водорода X вводились в виде кубических сплайнов переменной амплитуды, ограниченных областью $M_r/M_\odot < 0.2$ и слагаемого, ограниченного $M_r/M_\odot < 0.4$:

$$X(M_r/M_\odot) = X_0(M_r/M_\odot)(1 + A_X^c \delta(1 - M_r/M_\odot, 0.7) \quad (27)$$

Параметр A_X^c управляет величиной вариации; $X_0(M_r/M_\odot)$ – исходный профиль содержания водорода (из стандартной модели). $\delta(x, x_0)$ – множитель, равный единице при $x \gg x_0$, нулю при $x \ll x_0$ и плавно переходящий между двумя крайними случаями при $x \simeq x_0$:

$$\delta(x, x_0) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp\{50(x - x_0)\} & \text{при} \quad x \leq x_0 \\ 1 - \frac{1}{2}\exp\{50(x_0 - x)\} & \text{при} \quad x > x_0 \end{cases} \quad (28)$$

Вообще говоря, возмущения могли иметь произвольный знак, т.е. не только имитировать перемешивание; модели с *уменьшенным* содержанием водорода в центре имеют несколько более искусственный характер, но включены для полноты картины.

Формула, описывающая модификацию κ, имеет вид

$$\kappa = \kappa_0 \left[1 + A_\kappa^{rad} \exp\left\{-\frac{(\lg T - 6.8)^2}{0.01}\right\}\right] \quad (29)$$

$$(1 + A_\kappa^c \delta(\lg T, 7.0))$$

Здесь T – температура, κ_0 – исходная (немодифицированная) непрозрачность, $A_\kappa^c \delta(\lg T, 7.0)$ – вариация κ в центральной части звезды (A_κ^c – амплитуда), а множитель в виде гауссианы с амплитудой A_κ^{rad} имеет пик в лучистой зоне (около $\lg T = 6.8$).

Другие величины, приведенные в таблице 2, имеют следующий смысл: A_1 – амплитуда сплайна, описывающего возмущение в химическом составе; данный сплайн имеет максимум в центре звезды; ΔX – величина "сдвига" профиля X (см. гл. 5); α – параметр теории конвекции (отношение длины пути перемешивания к шкале высот по давлению).

Таблица 2. Модифицированные модели Солнца. Обозначения см. в тексте.

Обозначение модели	A_1	A_κ^c	A_κ^{rad}	A_X^c	ΔX	α
300–0003	0.00	0.00	0.00	0.000000000	0.000000000	1.62949367
300–0004	0.02	0.00	0.00	– 0.005430840	0.000000000	1.62939539
300–0005	0.10	0.00	0.00	0.000000000	– 0.005806639	1.57688385
300–0006	0.00	0.50	0.00	0.000000000	– 0.019429296	1.48718014
300–0007	0.00	– 0.25	0.00	0.000000000	0.012219860	1.73253384
300–0008	0.20	0.00	0.00	0.000000000	– 0.011507947	1.52770315
300–0009	– 0.20	0.00	0.00	0.000000000	0.012170725	1.74775699
300–0010	0.00	0.00	0.50	0.000000000	– 0.023514000	1.56459402
300–0011	0.20	0.00	0.50	0.000000000	– 0.034925870	1.46632356
300–0012	– 0.20	0.00	0.50	0.000000000	– 0.014487380	1.64839461
300–0013	0.00	0.50	0.50	0.000000000	– 0.043270508	1.42485062
300–0014	0.00	– 0.25	0.50	0.000000000	– 0.011120695	1.66563704
300–0015	0.00	0.50	0.00	– 0.091198111	0.000000000	1.65851008

Список обозначений к таблице 3: T_c, ρ_c – центральные температура и плотность модели соответственно, S/R – удельная энтропия вещества в адиабатической части конвективной зоны, отсчитана от точки (26) (R – универсальная газовая постоянная); H_{cnv} – глубина конвективной зоны по радиусу; $\Delta S/R$ – разность энтропии между точкой $\tau = 10^{-4}$ (температурный минимум солнечной атмосферы) и адиабатической частью конвективной зоны; Y – содержание гелия (по массе) в оболочке модели; F_ν^{Cl}

Таблица 3. Модифицированные модели Солнца. Продолжение. Обозначения см. в тексте.

Обозначение модели	T_c K	ρ_c г/см^3	S/R моль/г	H_{cnv}	$\Delta S/R$ моль/г	Y	F_ν^{Cl} SNU
300–0003	15.71792	150.807007	–1.64080	0.2810175	–1.43956	0.280272	8 .511
300–0004	15.696621	147.414203	–1.64060	0.2810057	–1.43936	0.280272	8 .396
300–0005	15.525121	133.614952	–1.56508	0.2745681	–1.32275	0.286079	7 .074
300–0006	16.332721	133.871709	–1.44535	0.2627215	–1.10668	0.299702	15.644
300–0007	15.310091	163.852415	–1.76185	0.2923072	–1.64713	0.268053	5 .584
300–0008	15.343580	119.610891	–1.48884	0.2681103	–1.20617	0.291780	5 .734
300–0009	16.103348	201.571311	–1.79121	0.2939591	–1.67614	0.268102	10.790
300–0010	15.941461	159.000210	–1.67110	0.2742676	–1.30357	0.303786	10.856
300–0011	15.536775	125.017657	–1.51065	0.2608512	–1.06258	0.315198	7 .385
300–0012	16.253462	198.118167	–1.78976	0.2843721	–1.48602	0.294760	12.940
300–0013	16.560698	140.790675	–1.46043	0.2549021	–0.95356	0.323543	19.495
300–0014	15.531217	172.959383	–1.80069	0.2862090	–1.52076	0.291393	7 .209
300–0015	16.660832	137.782882	–1.70326	0.2846004	–1.50202	0.280272	21.868

– предсказываемый поток нейтрино на Земле для детектора ^{Cl} при условии, что все нейтрино достигнут Земли неизменными (т.е. без учета нейтринных осцилляций и т.п.), в SNU (10^{-36} захватов на ядро детектора в секунду).

Модель 300–0003 – стандартная модель; все амплитуды модифицирующих членов равны нулю. Серия 300–0010 – 300-0014 рассчитана с модификацией κ в лучистой зоне.

К о н е ц